

**Сборник научных статей Доктора С. Д. Цейтлина
посвященных теоретическому исследованию
процессов, протекающих в системе скважина- пласт
при проведении геофизических , буровых и
добычных работ**

Др. С. Д. Цейтлин

Монография 4

Содержание:

- 1. "Численное решение задачи нестационарного теплообмена в системе обсаженная скважина-пласт". Инженерно-физический журнал, N5, т.60, 1991**
- 2. "Математическое моделирование динамики системы, включающей слоисто-неоднородный пласт, скважину и штуцер, с учетом течения газожидкостной смеси в скважине и штуцере". Инженерно-физический журнал, N 4, т. 59, 1990 стр. 698-699.**
- 3. "Численное решение одной двухмерной задачи нестационарной гидродинамики неньютоновской сжимаемой жидкости". Инженерно-физический журнал, т.XL, N 4, 1981,с.664-672.**
- 4 "Расчет потерь давления в трубах кольцевого сечения при ламинарном течении в них неньютоновских жидкостей." Инженерно-физический журнал, т.XLV, N 4, 1983, стр. 682-683.**

5. **“Нестационарное двумерное течение сжимаемой неньютоновской жидкости в длинном кольцевом канале, вызванное движением внутренней трубы.”** Инженерно-физический журнал. т.XLX, N 4, 1985
6. **“Анализ влияния эффекта разгазирования нефти в пласте на протекание гидродинамических процессов в системе штуцер-скважина-пласт”.**
Инженерно-физический журнал, 1992, N5.
7. **“Распространение волн давления в длинном вертикальном канале, содержащий газированную пачку”.** Инженерно-Физический журнал, N 1, т. 58, 1990, стр. 20-27
8. **“Влияние теплового поля Земли на динамику теплообмена при промывке скважины”.** Инженерно-физический журнал, т. XIII, N 3. 1982
9. **“Трехточечная реологическая модель вязкоапатичной жидкости.**
Инженерно-физический журнал, т.XL. N1, 1985,
10. **“Расчет нестационарного температурного поля в двухслойной пластине при нагреве подвижным источником в присутствии неоднородностей по поверхности контакта слоев.”,** Инженерно-физический журнал, том XXXI, N4, 1976 ,стр.'721-726
11. **“ Квazистационарная модель течения газожидкостной смеси в длинном вертикальном канале кольцевого сечения”.** Инженерно-физический журнал. т.XIII. N 1, 1982,с.142-143.
12. **“ Метод решения прямых задач теории индукционного каротажа”.**
Прикладная Геофизика, Выпуск 75,
13. **“Численное решение задачи теории индукционного каротажа методом переходных процессов”,** Журнал Физика Земли ,№66, 1976

14. **“Численное решение прямых задач теории бокового и индукционного каротажа”, Журнал Физика Земли ,№9,1979**
15. **“Решение прямой задачи индукционного каротажа по методу переходных процессов”. Прикладная Геофизика, вып.93**
16. **“Распространение ударных возмущений в циркуляционной системе газопроявляющей скважины при определении положения и скорости подъёма газированной пачки”. Геология и Разведка, №7**
17. **“Теория дифференциального способа барометрии скважин”. МГУ, 1988**
18. **“ Математическая модель испытания слоисто-неоднородного пласта с учётом течения газожидкостной смеси в скважине и штуцере”. Журнал Геология и Разведка, №11, 1990**

Введение

Компания Tseytlin Consulting, Inc. специализируется на решении сложных, научно и математически интенсивных задач для различных применений в нефтегазовой отрасли. Мы разрабатываем новые высокоэффективные технологии, высокоточные 2D и 3D математические модели и компьютерные Симуляторы для разведки, бурения и добычи.

Представленные здесь статьи содержат материалы для повышения безопасности бурения, разработки новых геофизических методов разведки и новых методов оптимизации добычи нефти.

В настоящее время при бурении широко используются буровые управляющие станции , что позволяет с помощью измеренных

параметров и Симуляторов (матмоделей технологических процессов) оперативно определять параметры и режимы работ, связанные с оптимизацией добычи нефти и безопасность бурения. Это позволит снизить вероятность возникновения выбросов и взрывов скважин, которые обычно приводят к человеческим жертвам, наносят ущерб окружающей среде и требуют огромных затрат для их глушения.

В данной Монографии мы познакомимся с некоторыми из его результатов , которые позволят значительно снизить вероятность аварий при бурении , ускорить строительство скважины, а также значительно повысить эффективность и безопасность бурения.

экспериментальная зависимость (8), позволяющие определить соотношение сухой, нормально насыщенной и залитой ручьем поверхностей КС. Данные результаты необходимы при расчете теплопередающих характеристик ВТТ со смещенной осью вращения.

Обозначения

P — пористость; $\delta_{нс}$ — толщина капиллярной структуры; L — длина трубы; $R_{тр}$ — внутренний радиус трубы; r — радиус парового пространства; $R_{вр}$ — радиус вращения; $V_{ж}$ — объем заправленной жидкости; V_p — объем жидкости в ручье; $V_{кс}$ — объем жидкости в капиллярной структуре; $V_{выт}$ — объем вытесненной жидкости; $D_{эф}$ — эффективный диаметр пор; P_r — гидростатическое давление; $P_{кл}$ — капиллярный напор; ρ — плотность теплоносителя; g — ускорение свободного падения; ω — угловая скорость вращения; σ — коэффициент поверхностного натяжения; Θ — краевой угол смачивания; H — высота поднятия теплоносителя; P' — степень заполнения капиллярной структуры.

Summary

The results are obtained which allow determination of a relationship between dry, normally saturated and jet-spreaded surfaces of a capillary structure. The presented relations are necessary for determination of a heat transfer rate in evaporation and condensation zones since characterize a surface value, participate effectively in a heat transfer process.

Литература

1. Семена М. Г., Гершун А. Н., Зарипов В. К. Тепловые трубы с металловолоконистыми капиллярными структурами. Киев, 1984.
2. Хмелев Ю. А., Шевель Е. В. // Конвективный теплообмен и гидродинамика. Киев, 1985. С. 136—141.
3. Нищик А. П., Семена М. Г. // ИФЖ. 1987. Т. 53, № 2. С. 321—322.

Киевский политехнический институт им. 50-летия
Великой Октябрьской социалистической революции

14.02.90.

УДК 536.242

И. В. Ильин, А. С. Кашик, Ю. А. Попов, С. Д. Цейтлин

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА В СИСТЕМЕ ОБСАЖЕННАЯ СКВАЖИНА—ПЛАСТ

Решена нестационарная осесимметричная задача теплопроводности, связанная с разработкой теории теплового каротажа обсаженных скважин. На основании решения задачи делается ряд практических выводов о возможности проведения теплового каротажа в обсаженных скважинах.

В последнее время получил широкое распространение в дефектоскопии тепловой метод контроля, в котором используется активный источник. Для нахождения оптимальных режимов измерения и для понимания физики явления был решен ряд двумерных и трехмерных задач нестационарного теплообмена в слоистых неоднородных средах, примерами которых можно считать задачи, приведенные в работах [1, 2]. Здесь приводится решение подобной задачи, связанной с теорией теплового каротажа, которое может помочь для аппаратных разработок метода и нахождения оптимальных режимов его проведения. Решение этой задачи, по-видимому, также представляет интерес при создании методов дефектоскопии труб теплообменников и тепловыделяющих элементов реакторов.

Математическое моделирование процессов, протекающих при тепловом каротаже скважины, позволяет исследовать влияние параметров зонда (мощности и сосредоточенности источника, скорости движения и дли-

ны зонда), тепловых свойств жидкости и стенок скважины, геометрических факторов на характер распределения температурного поля и тепловых потоков в системе скважина — пласт. В настоящей работе проводится исследование влияния обсадной колонны и цементного кольца на нестационарный теплообмен в системе скважина — пласт, оценивается влияние скорости и длины зонда на возможность проведения теплового каротажа в обсаженных скважинах.

Рассмотрим цилиндрическую область (рис. 1), содержащую скважи-

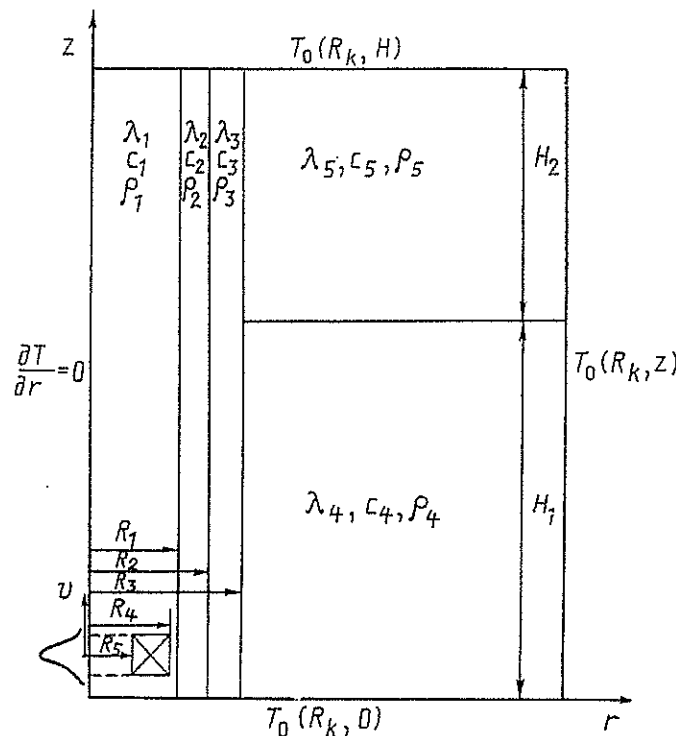


Рис. 1. Схема модели системы обсаженная скважина — пласт

ну радиусом R_1 , заполненную флюидом (газом или жидкостью), с теплопроводностью λ_1 , теплоемкостью c_1 , плотностью ρ_1 . Предполагается, что скважина обсажена колонной с тепловыми свойствами λ_2, c_2, ρ_2 и внешним радиусом колонны R_2 . Обсадная колонна зацементирована, причем цементное кольцо представляет собой полый цилиндр с внешним радиусом R_3 и тепловыми свойствами λ_3, c_3, ρ_3 . Два пласта мощностью H_1, H_2 и различными свойствами ($\lambda_4, c_4, \rho_4, \lambda_5, c_5, \rho_5$) разделены горизонтальной границей. В скважине располагается кольцевой подвижной источник тепла размерами R_4, R_5 с удельной мощностью Q .

Нестационарный теплообмен в такой осесимметричной области описывается уравнением теплопроводности, которое в цилиндрической системе координат имеет вид [3]:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q(r, z, t). \quad (1)$$

Пусть мощность подвижного источника можно представить в виде ($Q_0(r)$ — функция радиуса, что позволяет варьировать размеры источника): $Q = Q_0(r) \exp(-k[(z-z_0)-vt]^2)$.

На всех горизонтальных и вертикальных границах области должны выполняться условия непрерывности температуры и тепловых потоков:

$$T_i = T_{i+1}, \quad \lambda_i \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_i = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{i+1}. \quad (2)$$

Так как задача решалась численно на ЭВМ, то рассматривалась конечная область, представляющая собой цилиндр, высота ($H = H_1 + H_2$) и радиус которого (R_k) принимались такими, чтобы эти размеры минимально влияли на результат решения. На внешней границе цилиндра при $r = R_k$ (принимаемый обычно равным нескольким метрам) задавалось распределение температуры, соответствующее естественному невозмущенному тепловому полю Земли $T_0(R_k, z)$.

На нижней и верхней границах цилиндра можно задать условие постоянства температуры или потока:

$$T(r, z = 0) = T_0(R_k, 0), \quad T(r, z = H) = T_0(R_k, H) \quad (3)$$

или

$$q(r, z = 0) = q(r, z = H) = \text{const.}$$

На оси скважины должно выполняться условие симметрии

$$\frac{\partial T}{\partial r}(r = 0, z) = 0. \quad (4)$$

В качестве начальных условий в рассматриваемой области можно принять либо температуру, которая соответствует стационарному распределению в слоистой среде, либо то, что она всюду равна нулю:

$$T(r, z) = 0. \quad (5)$$

Для численного решения задачи (соотношения (1)–(5)) использован метод конечных разностей [4] (локально-одномерная схема счета). Для этого пространство (r, z, t) заменяется сеточным аналогом $\omega_k(ih_1, jh_2, \tau n)$, а непрерывная функция $T(r, z, t)$ — сеточной функцией T_{ij}^n . Выбранная сетка имеет равномерный шаг по z , равный $h_2 = \text{const}$. По радиусу — внутри скважины (при $r \leq R_1$) — равномерный шаг ($h_{10} = \text{const}$); (при $r > R_1$) сетка имеет переменный шаг $h_{1i} = h_{10} q^{i-1}$ (где $q = \text{const}$).

Запишем уравнение (1) в конечно-разностном виде

$$\begin{aligned} (\rho c)_{ij} \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^n}{\tau} = & \frac{1}{r_i h_i} \left[(r\lambda)_{i+\frac{1}{2}j} \left(\frac{T_{i+1j}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{h_{1i+1}} \right) - \right. \\ & \left. - (r\lambda)_{i-\frac{1}{2}j} \left(\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{i-1j}^{n+1}}{h_{1i}} \right) \right] + \frac{1}{h_2} \left[\lambda_{ij+\frac{1}{2}} \left(\frac{T_{ij+1}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{h_2} \right) - \right. \\ & \left. - \lambda_{ij-\frac{1}{2}} \left(\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij-1}^{n+1}}{h_2} \right) \right] + Q_{ij}^n. \end{aligned} \quad (6)$$

Вводя, согласно используемой локально-одномерной схеме [4], дробный временной шаг $(n + \frac{1}{2})$ и расщепляя уравнение (6) на два, сводим его к следующей системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A_{ij} T_{ij-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - B_{ij} T_{ij}^{n+\frac{1}{2}} + C_{ij} T_{ij+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= -D_{ij}, \\ E_{ij} T_{i-1j}^{n+1} - F_{ij} T_{ij}^{n+1} + G_{ij} T_{i+1j}^{n+1} &= -I_{ij}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $i = 1, \dots, I$; $j = 1, \dots, J$;

$$A_{ij} = \frac{\lambda_{ij-\frac{1}{2}}}{h_2^2}; \quad C_{ij} = \frac{\lambda_{ij+\frac{1}{2}}}{h_2^2}; \quad B_{ij} = A_{ij} + C_{ij} + \frac{(\rho c)_{ij}}{\tau};$$

$$D_{ij} = \frac{(\rho c)_{ij}}{\tau} T_{ij}^n; \quad E_{ij} = \frac{(r\lambda)_{i-\frac{1}{2}j}}{r_1 h_{1i} h_i}; \quad h_i = \frac{h_{1i} + h_{1i+1}}{2};$$

$$G_{ij} = \frac{(r\lambda)_{i+\frac{1}{2}j}}{r_i h_{1i+1} h_1}; \quad F_{ij} = E_{ij} + G_{ij} + \frac{(\rho c)_{ij}}{\tau};$$

$$I_{ij} = \frac{(\rho c)_{ij} T_{ij}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} + Q_{ij}^n.$$

Система уравнений (7) решалась (поочередно) методом прогонки [4], позволяющим легко находить решение системы алгебраических уравнений, матрица которой содержит коэффициенты, отличные от нуля только на трех диагоналях. В этом случае, используя рекуррентное соотношение

$$T_{ij}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{ij+1} T_{ij+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{ij+1}, \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, J, \quad (8)$$

и левое граничное условие ($T = \text{const}$ или $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$), можно найти последовательности прогоночных коэффициентов $\{\alpha_j\}$, $\{\beta_j\}$, после чего, используя правое граничное условие ($T = T(R_k, z)$), по формуле (8) осуществить обратную прогонку и определить искомую функцию $T_{ij}^{n+\frac{1}{2}}$. Далее аналогично осуществляется прямая и обратная прогонка в другом направлении (по i), в результате чего определяется значение T_{ij}^{n+1} по всей области. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет получено распределение T_{ij}^n во всем интересующем нас временном интервале.

Абсолютная устойчивость схемы счета следует из выполнения условий [4]:

$$A_{ij} \geq 0; \quad C_{ij} \geq 0; \quad A_{ij} + C_{ij} \leq B_{ij}; \quad E_{ij} \geq 0; \quad G_{ij} \geq 0; \quad E_{ij} + G_{ij} \leq F_{ij}.$$

Точность аппроксимации решения задачи (1)–(5) конечно-разностным аналогом (6) может быть оценена (при $q=1$) дроблением шага и в нашем случае не превышает $\leq 15\%$.

Расчеты были проведены на ЭВМ ЕС-1065. Сетка содержала $I \times J = 51 \times 101$ узлов.

На полученной модели, реализованной в виде программы для ЭВМ, были проведены многочисленные расчеты для различных параметров системы, соответствующих реальным условиям.

Приведем некоторые результаты, полученные для модели (рис. 1) со следующими параметрами: $H_1 = 10$ м; $H_2 = 5$ м; $R_1 = 0,1$ м; $R_2 = 0,11$ м; $R_3 = 0,12$ м; $\lambda_1 = 0,6$ Вт/(м·К); $c_1 = 4200$ Дж/(кг·К); $\rho_1 = 1000$ кг/м³ в случае, когда скважина заполнена жидкостью, и $\lambda_1 = 0,026$ Вт/(м·К); $c_1 = 1000$ Дж/(кг·К); $\rho_1 = 1,2$ кг/м³ в случае, когда скважина заполнена воздухом; параметры: $\lambda_2 = 30$ Вт/(м·К); $c_2 = 800$ Дж/(кг·К); $\rho_2 = 7200$ кг/м³ соответствуют тепловым свойствам металлической колонны; $\lambda_3 = 1,8$ Вт/(м·К); $c_3 = 1000$ Дж/(кг·К); $\rho_3 = 2600$ кг/м³ — тепловым свойствам цемента. Тепловые параметры пластов для данной модели принимались следующими: $\lambda_4 = 2$ Вт/(м·К); $\lambda_5 = 4$ Вт/(м·К); $c_4 = c_5 = 1000$ Дж/(кг·К); $\rho_4 = \rho_5 = 2800$ кг/м³. Параметры источника тепла составляют: $Q_0 = 10^6$ Вт/(м³); $R_4 = R_1$; $R_5 = 0,05$ м; $k = 100$; $z_0 = 0,3$ м; $d = R_3 - R_2 = 0,01$ м.

На рис. 2, а приведены зависимости, полученные в результате реше-

ния задачи и соответствующие кривым, снятым температурными зондами длиной $L=4$ м с активным источником. Причем кривая 1 соответствует простому температурному зонду ($T(z)$), кривые 2 и 3 — соответственно дифференциальным, измеряющим первую ($\Delta T = (T(z+l) - T(z-l))/2l$) и вторую ($\Delta^2 T = (T(z+l) - 2T(z) + T(z-l))/l^2$) разность распределения температуры вдоль стенки скважины после прохода теплового источника, прижатого к ней, в случае, когда скважина заполнена воздухом ($l=0,1$ м — расстояние между датчиками). Как следует из рис.

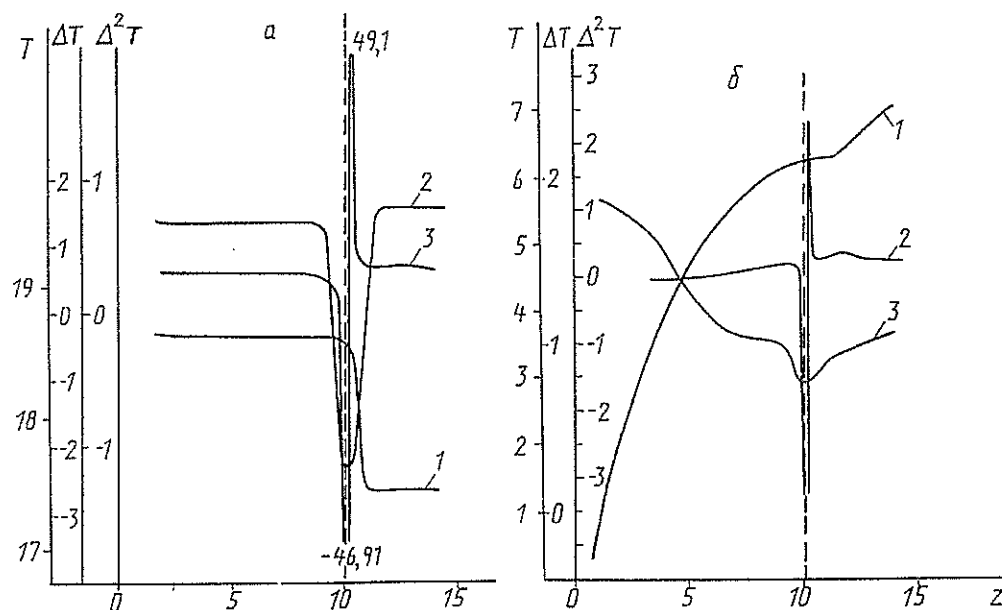


Рис. 2. Распределение величин T , ΔT , $\Delta^2 T$, соответствующих кривым, снимаемым температурными зондами длиной $L=4$ м, $v=0,025$ м/с: 1 — температурный зонд, измеряющий $T(z)$; 2, 3 — дифференциальные зонды, измеряющие $\Delta T(z)$ и $\Delta^2 T(z)$ соответственно; а — скважина заполнена воздухом; б — жидкостью. T , °C; z , м

2, а, в этом случае метод термометрии с активным источником позволяет находить границу раздела между пластами в обсаженной скважине в случае правильного выбора длины и скорости движения зонда, обеспечивающих, чтобы за время между проходом источника и датчиков тепло успело пройти до границы раздела пластов. Здесь следует отметить, что измерение тремя датчиками температуры на стенке скважины позволяет аппаратно получить аналог второй разности распределения температуры ΔT^2 , которая наиболее заметно реагирует на наличие горизонтальной границы раздела пластов по сравнению с $T(z)$ и $\Delta T(z)$. Это свидетельствует о предпочтительности использования дифференциальных методов термометрии при решении задач, связанных с расчленением геологического разреза.

Однако обычно исследуемые скважины заполнены жидкостью, что существенно усложняет проведение теплового каротажа в них. Оценка показала, что тепловой зонд (источник и датчик) должен быть прижимным, так как наличие даже небольшого зазора между ним и стенкой скважины существенно ухудшает его чувствительность и делает метод более инерционным. Физически это объясняется ухудшением условий теплообмена между зондом и стенкой из-за наличия конвективного теплопереноса в зазоре.

Наличие жидкости в скважине также значительно затягивает выход процесса нагрева стенки на квазистационарный режим, так как жидкость обладает большей теплопроводностью и теплоемкостью, чем воздух (рис. 2). В связи с этим традиционные методы термометрии, особенно в случае наличия зацементированной металлической колонны, не дают

хороших результатов без предварительного нахождения оптимальных параметров измерения. На рис. 2, б приведены кривые, аналогичные изображенным на рис. 2, а, для случая, когда скважина заполнена жидкостью. Как следует из приведенных расчетов, существует некоторая оптимальная длина зонда ($L_{\text{опт}}$), которая для данных значений параметров модели позволяет измерять максимальную величину $\Delta^2 T$.

Здесь, как и в случае скважины, заполненной воздухом, более информативны дифференциальные методы термометрии (рис. 2, б). При

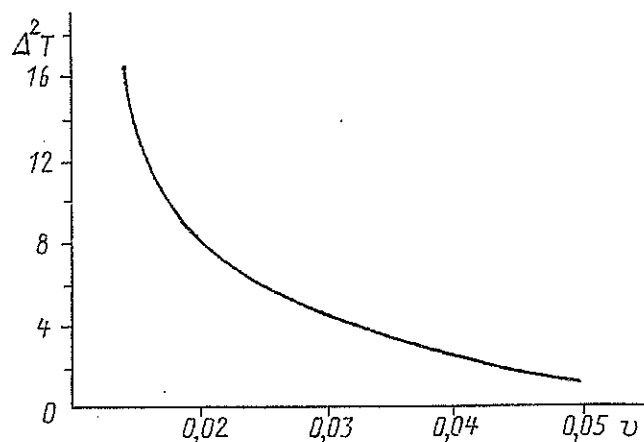


Рис. 3. Зависимость параметра $(\Delta^2 T)_{\text{max}}$ от скорости движения зонда v при $d=0,01$ м (заполнитель — вода). v , м/с

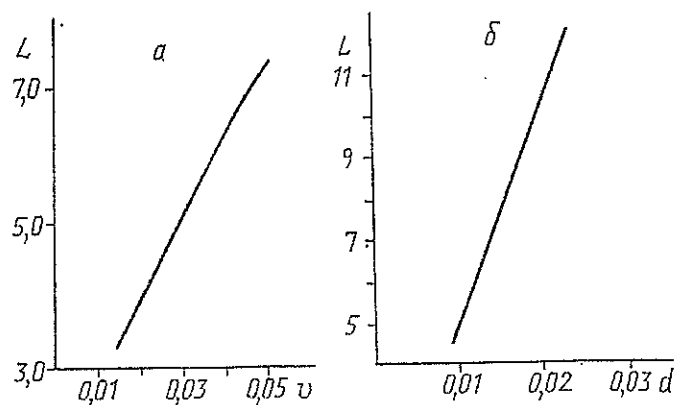


Рис. 4. Зависимость длины зонда L , позволяющего измерять максимальное значение $(\Delta^2 T)_{\text{max}}$, от скорости его движения v ($d=0,01$ м) (а) и от толщины цементного камня d ($v=0,025$ м/с) (б). L , d , м

этом с увеличением скорости движения зонда изменяется не только уровень измеряемой величины (чувствительность метода) (рис. 3), но и расстояние между источником и приемником, позволяющее измерять максимальный сигнал, связанный с обнаружением горизонтальной границы раздела за металлической колонной и цементным кольцом. На рис. 4, а показано изменение величины длины зонда, дающего максимальный измеряемый сигнал для $\Delta^2 T$, в зависимости от скорости его движения. Наряду с прижимом зонда к стенке скважины для повышения эффективности метода теплового каротажа с активным источником можно рекомендовать изготовление поверхности зонда, прижимаемой к стенке, из хорошего теплоизолятора. При этом процесс теплообмена между стенкой и жидкостью в скважине приближается к адиабатическому, что заметно улучшает чувствительность метода и ускоряет выход распределения температуры вдоль стенки скважины на квазистационарный режим. На рис. 4, б приведена зависимость длины зонда, позволяющего измерять максимальное значение $(\Delta^2 T)$, от толщины цементного камня (d) при по-

стоянной скорости $v=0,025$ м/с, которая определяется состоянием стенки или конструкцией скважины и может быть различной.

Следует отметить, что приведенные соотношения количественно меняются в зависимости от тепловых свойств пород, слагающих разрез, материала обсадной колонны и цемента. Однако качественное их поведение в широком диапазоне параметров модели сохраняется.

Выводы

Проведенные исследования показали, что для эффективного расчленения геологического разреза, вскрытого обсаженной скважиной, с помощью теплового каротажа целесообразно:

- 1) использование активного теплового источника мощностью 1—3 кВт;
- 2) применение прижимного зонда с тем, чтобы исключить влияние жидкости в зазоре между ним и стенкой скважины на результат измерений;
- 3) применение дифференциальных методов, которые предпочтительнее метода измерения непосредственно температурного поля;
- 4) использование теплоизоляционного материала при изготовлении прижатой к стенке скважины части корпуса зонда, что может повысить его чувствительность.

Обозначения

λ — теплопроводность; c — теплоемкость; ρ — плотность; k — коэффициент сосредоточенности; Q_0 — максимальное значение удельной мощности источника; z_0 — начальное положение источника; v — скорость движения источника.

Summary

A two-dimensional unsteady-state heat conduction problem is numerically solved for a two-layer model of the beds intersected by a cased hole. A mathematical model was built to find the parameters of temperature sensors with heat sources, which allow horizontal boundaries between the beds in cased holes to be determined.

Литература

1. Яншин А. А., Попов Ю. А., Цейтлин С. Д. // ИФЖ. 1976. Т. 31, № 4. С. 721—726.
2. Попов Ю. А., Карпельсон А. Е., Цейтлин С. Д. // Дефектоскопия. 1978. № 9. С. 44—53.
3. Лыков А. В. Тепломассоперенос. М., 1972.
4. Самарский А. А. Введение в теорию конечных разностей. М., 1971.

Центральная геофизическая экспедиция, г. Москва

20.09.89.

Р. И. Медведский, Ю. А. Сигунов

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ МЕРЗЛЫХ ПОРОД НА НЕФТЕГАЗОВЫЕ СКВАЖИНЫ В РАМКАХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ СТЕФАНА

Воздействие мерзлых пород на нефтегазопромысловые объекты, часто приводящее к осложнениям при их строительстве и эксплуатации, ставит обширный круг задач, решение которых необходимо для принятия проектных решений. В частности, во многих случаях необходимо определить интенсивность замерзания водосодержащих масс в вертикальных полостях, какими являются скважины или околоскважинные каверны, окруженных массивом пород с отрицательной температурой. При этом водная среда может непосредственно граничить с мерзлыми породами или разделяться промежуточной средой. Адекватное моделирование таких процессов требует постановки и решения контактных задач Стефана с идеальным или неидеальным характером контакта между взаимодействующими средами или в общем случае задач Стефана в многослойной среде.

В статье рассмотрены примеры таких задач, характеризующие замерзание водного раствора в необсаженной скважине (или каверне) и образование ледяной пробки внутри кондуктора скважины. В последнем случае исследование теплообмена проведено на основе модели трехслойной среды: водный раствор — цемент — мерзлые породы. Решения задач получены с помощью численного метода [1] и иллюстрируют возможность численного моделирования для исследования фазовых переходов в контактирующих средах.

Литература

1. Медведский Р. И., Сигунов Ю. А. // Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1989. Т. 29, № 11. С. 1742—1746.

Статья депонирована в ВИНТИ 24.04.90, рег. № 2181—В90. (Статья поступила в редакцию 19.02.90, аннотация — 19.02.90. Полный текст 0,3 а. л., библиогр. 2 назв.)

УДК 532.546

С. Д. Цейтлин, В. М. Ильинский

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ, ВКЛЮЧАЮЩЕЙ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫЙ ПЛАСТ, СКВАЖИНУ И ШТУЦЕР, С УЧЕТОМ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В СКВАЖИНЕ И ШТУЦЕРЕ

При изучении сложно построенных коллекторов нефти большое значение приобретают гидродинамические исследования пластов, которые позволяют определить их тип и коллекторские свойства. Однако существующая в настоящее время теория, необходимая для количественной интерпретации результатов испытаний, недостаточно точно позволяет определять эти свойства, особенно в тех случаях, когда продуктивные пласты имеют сложное строение и содержат флюид с высоким газосодержанием. В данной работе приведено численное решение задачи нестационарной однофазной фильтрации из слоисто-неоднородного пласта, который представляет собой пачку пластов с резко различающимися коллекторскими свойствами. Такая постановка задачи представляет также большой интерес для изучения процессов, происходящих при разработке нефтяных месторождений, сложенных такими неоднородными пластами, с целью нахождения режимов, которые позволили бы повысить их нефтеотдачу. Математическая модель такой системы наряду с пластами включает скважину и штуцер, через которые протекает газожидкостный поток. Распределение давления в системе в каждый момент времени определяется параметрами пластов, скважины, штуцера и свойствами флюида.

На рисунке приведен общий вид рассматриваемой модели, состоящей из трех пластов мощностью H_1, H_2, H_3 с зонами измененных прискважинных параметров радиусов R_1, R_2, R_3 и коллекторскими свойствами K_i, ϕ_i, C_i ($i=1, 2, \dots, 6$).

Рассматривая средний пласт небольшой мощности ($H_2 \ll (H_1, H_3)$) с повышенной проницаемостью ($K_2 \gg (K_1, K_3)$), можно проанализировать на построенной модели поведение трещинно-пористого пласта в процессе гидродинамических испытаний и при его разработке [1, 2]. Пласты ($i=1, 2, 3$) вскрыты вертикальной скважиной R_c , причем

В исследуемую систему входят колонна вертикальных труб диаметром $2R_c$ длиной L и штуцер диаметром $d_{шт}$; в колонне движется газожидкостный поток с высоким газосодержанием.

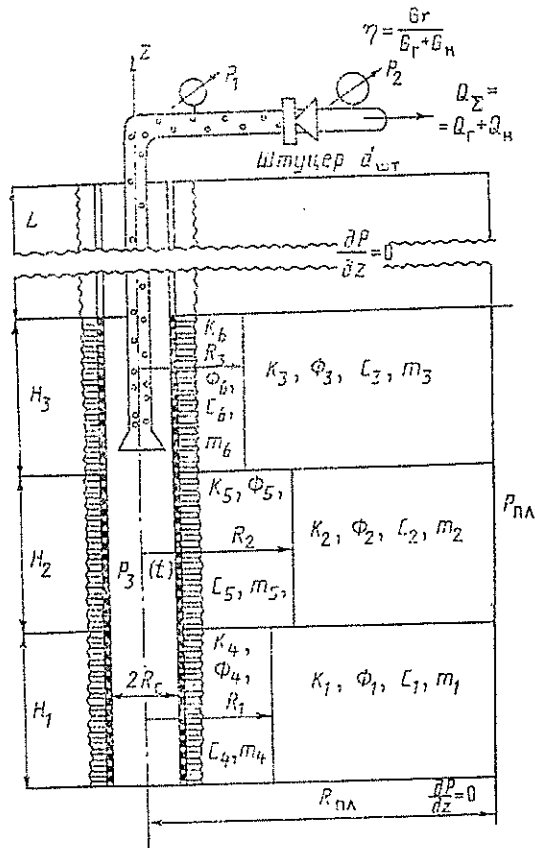
Для расчета распределения давления во всей модели задается давление за штуцером P_2 , которое обычно принимается равным $(5-30) \cdot 10^5$ Па. Задаются также состав газа, физические свойства газа и жидкости, величины расходов G_r , $G_{ж}$ и диаметр штуцера.

Численный алгоритм поставленной задачи представляет систему итераций трех подалгоритмов. Решение отдельных частей модели — фильтрации в пакке пластов, течения двухфазной гомогенной жидкости в трубах и в штуцере — позволяет, задавшись определенной точностью и зная все параметры модели, определить распределения давления и расходов во всей системе в данный момент времени.

Из приведенных расчетов можно сделать ряд выводов, в частности:

1. Линии изобар, которые получаются из решения задачи для модели при наличии в пачке пластов пропластка с высокой проницаемостью (или раскрытой горизонтальной трещины), вытянуты вдоль этого пропластка. Физически это объясняется разным временем установления воронки депрессии в пластах с различной проницаемостью.

2. В случае, когда модель пласта содержит зону пониженной проницаемости, расположенную в высокопроницаемом пропластке ($R_2 \neq R_c$), характер изобар в пачке



Общий вид модели

пластов изменяется. Получаемое при этом значение депрессии ($\Delta P = P_{пл} - P_2$) заметно возрастает по сравнению со случаем, когда $R_2 = R_c$, что объясняется ослаблением эффекта шунтирования трещиной низкопроницаемых пластов.

Обозначения

H_i — мощность пластов ($i=1, 2, 3$); R_i — радиусы зон пластов с измененными параметрами ($i=1, 2, 3$); K_i, Φ_i, C_i — проницаемость, пористость и упругость пласта ($i=1, 2, \dots, 6$); R_c — радиус скважины; L — длина колонны труб; $d_{шт}$ — диаметр штуцера; P_2 — давление за штуцером; $G_r, G_{ж}$ — массовый расход газа и жидкости; $P_{пл}$ — пластовое давление; P_3 — забойное давление; P_1 — давление перед штуцером.

Литература

1. Голф-Рахт Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разведки трещиноватых коллекторов. М., 1986.
2. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. М., 1979.

Статья депонирована в ВИНТИ 21.05.90, рег. № 2767—В90. (Статья поступила в редакцию 11.07.89, аннотация — 27.04.90. Полный текст 0,55 а. л., библиогр. 6 назв.)

УДК 532.135

С. Д. Цейтлин

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ДВУХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Решена нестационарная двухмерная задача гидродинамики неньютоновской сжимаемой жидкости, связанная с распространением и затуханием ударных волн в скважине.

В последнее время все более глубоко изучаются физические процессы, связанные с бурением скважин, что объясняется серьезностью последствий при возникновении всевозможных аварийных ситуаций на нефтегазовых месторождениях. Теоретическое изучение гидродинамики скважин затруднено необходимостью решения задач для неньютоновских жидкостей, к которым можно отнести большинство буровых растворов. При этом большая часть посвященных этому работ рассматривает одномерные и квазиодномерные гидродинамические задачи, отбрасывая или усредняя двухмерные и нелинейные эффекты [1, 2].

Ниже рассмотрена двухмерная нестационарная задача гидродинамики сжимаемой неньютоновской жидкости с учетом ряда нелинейных явлений, которые могут оказывать заметное влияние при возникновении и распространении ударных волн в длинных каналах. Реологическое уравнение бралось в виде степенной зависимости напряжения сдвига от скорости сдвига, что для большинства буровых растворов является хорошим приближением.

На принятой модели можно изучать целый ряд задач динамики, связанных с вскрытием пласта с аномальным давлением, закрытием штуцера, пуском насосов, опусканием и поднятием бурового инструмента и т. п. Здесь рассмотрена первая из перечисленных задач, которая решалась методом мелких шагов [3] на машине R-1040.

Нестационарное движение неньютоновской жидкости описывается следующим динамическим уравнением [4, 5]:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = -\nabla P + \operatorname{div} \bar{\tau}' + \rho \mathbf{g}. \quad (1)$$

Тензор вязких напряжений в случае рассмотрения сжимаемой жидкости, помимо напряжений сдвига, должен учитывать также линейную деформацию [4], т. е.

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}' + \frac{2}{3} \eta (\operatorname{div} \mathbf{v}) \delta. \quad (2)$$

Предполагалось, что для рассматриваемой жидкости задано нелинейное реологическое уравнение состояния, устанавливающее соответствие между

$\bar{\tau}$ и тензором растяжения ($\bar{D}$). Здесь $\bar{\tau}' = \bar{\tau}$, так как при выводе уравнения реологии жидкость принималась несжимаемой ($\text{div } \mathbf{v} = 0$)

$$\bar{\tau}' = g(\bar{D}),$$

где $\bar{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T)$. Конкретный вид этой зависимости для так называемой обобщенной неньютоновской жидкости [4] выражается через второй главный инвариант тензора

$$\bar{\tau}' = 2\eta(S)\bar{D}, \quad (3)$$

где $S = 2\text{tr}(\bar{D}^2)$, здесь tr — след тензора.

Для ньютоновской жидкости η полагается константой, и уравнение (1) переходит в уравнение Навье — Стокса. Подстановка выражения (2) в (1) с учетом (3) приводит к обобщенной форме уравнения Навье — Стокса [4, 5]:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \eta(S) \left\{ \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \text{grad div } \mathbf{v} \right\} + 2\bar{D} \text{grad } \eta(S) - \frac{2}{3} \text{grad } \eta(S) \text{div } \mathbf{v}. \quad (4)$$

Уравнение (4) будем интегрировать при степенном законе изменения вязкости [4], т. е. когда

$$\eta(S) = kS^{(n-1)/2}. \quad (5)$$

Отметим, что буровые растворы хорошо описываются зависимостью типа (5) для $n < 1$. Для замыкания системы наряду с уравнениями (4) и (5) следует рассматривать уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости [4]:

$$-\frac{\partial P}{\partial t} = \rho c^2 \text{div } \mathbf{v}, \quad (6)$$

где $c = \sqrt{k_{\text{ж}}/\rho}$.

Рассмотрим теперь следующую задачу. Пусть в вертикально расположенную трубу (рис. 1) длиной L с кольцевым сечением радиусов R_1 и R_2 (в частности, внутренний радиус может быть $R_1=0$) снизу поступает вязкая жидкость с известной реологией. В трубе устанавливается стационарное течение с профилем, зависящим от вида реологического закона, геометрии канала и массового расхода [1]. Будем изучать распространение динамических возмущений, возникающих при резком изменении массового расхода или давления на концах канала, в случае движения в нем неньютоновской жидкости.

Выберем цилиндрическую систему координат (z, φ, r) , ось z которой совпадает с осью канала, а начало координат находится на нижнем сечении. Учитывая, что скорость $\mathbf{v}$ имеет только z -ю состав-

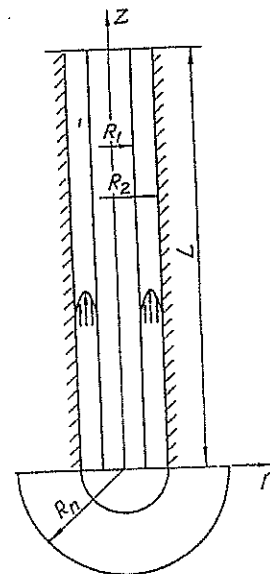


Рис. 1. Общий вид геометрии канала

превышением давления над $P_3(z=0, t < 0)$. В аварийных ситуациях величина аномального давления в пласте $P_h = P_n - \rho g L$ может достигать нескольких десятков или даже сотен атмосфер. При $t > 0$ в канал начинает поступать поток газа $Q(t)$, величина которого определяется пористостью и проницаемостью коллектора (m и k_p соответственно), вязкостью газа μ , а также разностью между аномальным давлением пласта и давлением на забое ($P_n - P_3(z=0, t)$). Из теории нестационарной одномерной фильтрации с учетом несовершенства скважины в предположении квазистационарности можно получить вид зависимости этого потока от перечисленных выше параметров [2] в виде

$$Q(t) = \frac{2\pi k_p R_2}{\mu} (P_n - P_3(t)) \exp\left(-\frac{R_2^2}{4\kappa t}\right), \quad (10)$$

где $\kappa = (k_p P_h)/(m\mu)$ — коэффициент пьезопроводности.

Анализ скорости установления (величины κ) для характерных видов коллекторов показывает, что процесс установления происходит значительно быстрее изменения давления на забое $P_3(t)$, т. е. условие квазистационарности, в предположении которого получена формула (10), хорошо выполняется при длинах канала $L \geq 50$ м. Так как за время установления объем вновь поступившего газа много меньше общего объема жидкости в канале, будем пренебрегать влиянием газового слоя на дне скважины на общую картину динамики течения.

Таким образом, в нижнем сечении канала граничное условие задается в виде зависимости скорости $v(z=0, t)$ или расхода от давления, получаемой из соотношения (10). Начальный профиль скорости ($v(r, z)$ при $t \leq 0$) соответствовал стационарному течению жидкости в канале данной конфигурации. На выходе канала задавалось условие свободной поверхности $\frac{\partial v}{\partial z}(z=L) = 0$.

Обычно при изучении ударных волн жидкости в трубах пренебрегают нелинейными членами $v \frac{\partial v}{\partial z}$ и $\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right)$, которые действительно меньше остальных в уравнении (9). Однако так как длина канала достигает нескольких километров, эти явления могут оказывать заметное влияние на диссипацию волны вдоль канала.

Выбрав характерные значения времени t_0 , длины l_0 , вязкости η_0 и давления P_0 и перейдя к безразмерным величинам, можно переписать систему (9) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} = & -v \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{1}{Fr} + \frac{1}{Re} \left[\frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \eta \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right] - Er \frac{\partial P}{\partial z}, \\ \frac{\partial P}{\partial t} = & -Er_p \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \eta = & k \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\}^{(n-1)/2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$Fr = \frac{v_0}{l_0 g}; \quad Re = \frac{l_0 v_0 \rho}{\eta_0}; \quad Er = \frac{P_0}{\rho v_0^2}; \quad Er_p = \frac{c^2 \rho}{P_0}.$$

выбор шага по времени, так как он вносит дополнительную погрешность в решение и определяется экспериментально.

Систему алгебраических уравнений (12) можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} A_1^m X_{i-1j}^{m+\frac{1}{2}} - (A_2^m + E) X_{ij}^{m+\frac{1}{2}} + A_3^m X_{i+1j}^{m+\frac{1}{2}} &= -E X_{ij}^m - \tau \tilde{A}_z^m X_{ij}^m, \\ B_1^{m+\frac{1}{2}} X_{ij-1}^{m+1} - (B_2^{m+\frac{1}{2}} + E) X_{ij}^{m+1} + B_3^{m+\frac{1}{2}} X_{ij+1}^{m+1} &= -E X_{ij}^{m+\frac{1}{2}} + \tau \tilde{A}_z^m X_{ij}^m, \end{aligned} \quad (13)$$

где A_1^m , A_2^m , A_3^m , $B_1^{m+\frac{1}{2}}$, $B_2^{m+\frac{1}{2}}$, $B_3^{m+\frac{1}{2}}$ — квадратные матрицы (второго ранга), получаемые при аппроксимации исходных уравнений конечно-разностными; E — единичная матрица.

Система уравнений (13), дополненная соответствующими краевыми и начальными условиями, решалась с помощью матричной прогонки [3]. Сетка бралась размером (8×100) с шагом по времени $\tau = 3 \cdot 10^{-3}$ с. При этом одна секунда реального времени требовала ~ 10 мин машинного счета на ЭВМ R-1040.

Рассмотрим характерный пример нестационарного течения бурового раствора в межтрубном пространстве (рис. 1). Радиусы внутренней и внешней трубы принимались равными: $R_1 = 0,0735$ м, $R_2 = 0,1145$ м. Длина канала равнялась $L = 500$ м. Реологическая характеристика раствора была задана в виде степенного закона с показателями $n = 0,5$; $k = 0,22$, т. е. $\tau = 0,22 \cdot S^{0,5/2}$. Верхний конец трубы предполагался открытым и на его поверхности задавалось условие $P(z=L) = P_0 = 10^5$ Н/м². На стенках канала задавалось условие прилипания, т. е. $v(r=R_1) = v(r=R_2) = 0$. При временных $t < 0$ предполагалось, что в канале течет неньютоновская жидкость с распределением скорости и давления, соответствующими установившемуся режиму [1].

При временах $t \geq 0$ происходит вскрытие пласта аномального давления и связанное с этим резкое увеличение давления и расхода на нижнем конце трубы ($z=0$). Фронт и амплитуда возрастания давления и расхода предполагались связанными между собой зависимостью (10). Расчеты были проведены для $P_n = 10^7$ Н/м² + $\rho g L$; $\mu = 10^{-4}$ Н·с/м²; $k_p = (0,1 \div 1)$ Д; $m = 0,2$; $Q_0 = 25 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

Рассмотрим и обсудим некоторые полученные результаты.

1. На рис. 2 представлены изменения давления и расхода (или скорости) на забое ($z=0$) в зависимости от времени. В течение первых $\sim 3 \cdot 10^{-2}$ с происходит первоначальное установление давления и расхода до некоторых постоянных величин $P = 46 \cdot 10^5$ Н/м² + $\rho g L$ и $Q = 72 \cdot 10^{-3}$ м³/с, причем как фронт, так и амплитуда этих величин зависят от свойств пласта и канала. Через промежуток времени, приблизительно равный $\sim T^0 = \frac{2L}{c} \approx 77 \cdot 10^{-2}$ с, приходит отраженная от сво-

бодной поверхности волна разрежения, заметно ослабленная за счет диссипации при движении вверх и вниз по каналу, в результате чего на забое устанавливается некоторое новое значение давления меньше первоначального гидростатического. При этом ввиду зависимости (10) несколько увеличивается значение расхода (от 72 до $102 \cdot 10^{-3}$ м³/с), т. е. здесь происходит интересное явление развития динамики вскрытия пласта аномального давления, когда за счет прихода ударной волны разрежения развивается дополнительный подсос газа из пласта. Интен-

сивность этого явления зависит от вязкости буровой жидкости, геометрии канала, а также свойств коллектора и может быть определяющей в дальнейшем развитии газопроявления. Через промежуток времени $2T_0$ приходит следующая отраженная от поверхности волна, еще более ослабленная с размытыми фронтами, которая приводит к некоторому увеличению давления на забое и, следовательно, уменьшению расхода из пласта. Этот процесс быстро затухает, и через несколько секунд ($\sim 3-5$) в канале устанавливается практически стационарное течение с некоторым новым давлением и расходом на забое.

На этом же рисунке приведена кривая изменения давления в середине канала ($z=L/2$). На ней видно, как происходит постепенное раз-

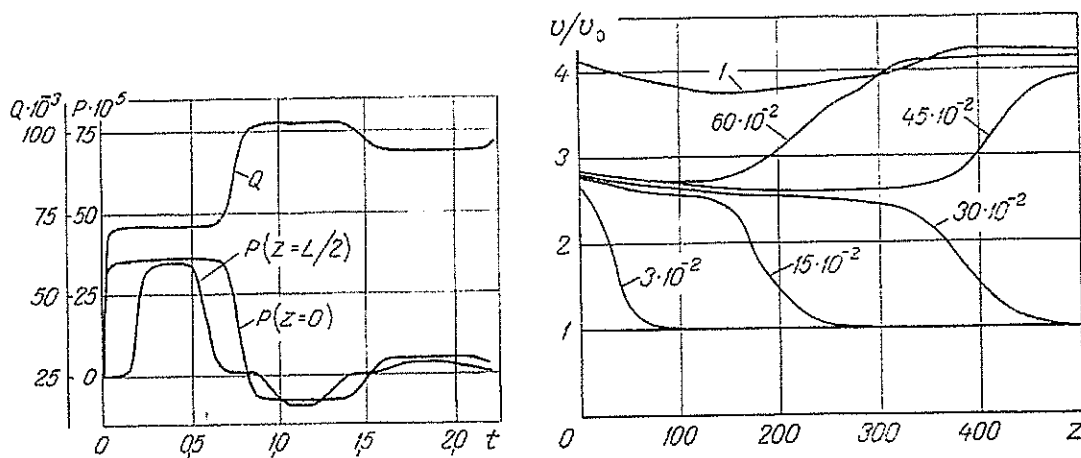


Рис. 2. Изменение давления (P , Н/м²) и расхода (Q , м³/с) на забое скважины ($z=0$), а также изменение давления в середине канала ($z=L/2$) в зависимости от времени t , с

Рис. 3. Относительное изменение скорости вдоль канала $v/v_0=f(z)$ в различные моменты времени (цифры у кривых — время в секундах). z , м

мывание фронтов и уменьшение амплитуд импульсов давления во времени. Смещение кривой давления во времени объясняется смещением точки наблюдения вдоль канала на $z=L/2$. Отметим, что форма импульса давления здесь заметно отличается от формы аналогичного импульса на забое, что хорошо согласуется с физикой явления и с экспериментом.

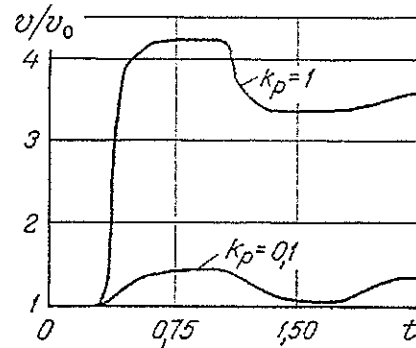
2. На рис. 3 показано изменение скорости вдоль канала для различных моментов времени. Видно, как изменяется величина скорости вдоль канала, в котором первоначально существовало стационарное течение с некоторой постоянной скоростью, соответствующей расходу ($Q_0=25 \cdot 10^{-3}$ м³/с). Так как скорость в различных точках канала по радиусу различна, то здесь приведено изменение скорости приблизительно в середине канала (при $r=(R_1+R_2)/2$). В других точках поперечного сечения канала изменение скорости носит аналогичный характер.

В первый момент при вскрытии пласта развивается быстрое нарастание скорости в призабойной зоне, в то время как в большей части канала скорость остается равной первоначальной. Далее идет постепенное увеличение скорости вдоль канала с параллельным развитием фронта. При времени $t=L/c$ во всем канале устанавливается приблизительно одинаковая скорость, соответствующая новому значению вновь установившегося расхода. Далее на открытом конце трубы начинает увеличиваться значение скорости и одновременно образуется отраженная волна, которая, все более размываясь и диссипируя, устремляется

к забою. Отметим, что если бы затухание, связанное с вязкостью жидкости и трением о стенки канала, отсутствовало, то на свободной поверхности должно было происходить удвоение первоначальной скорости. В действительности в нашей постановке процессы, связанные с ослаблением волны вдоль канала, учтены, и поэтому увеличение скорости при $z=L$ заметно меньше.

При приходе волны разрежения на забое происходит добавочное изменение расхода и скорости (при $t > T_0$) и новое возмущение устремляется вдоль канала. Образовавшиеся волны, встречаясь друг с другом, дифрагируют и затухают, пока во всем канале не устанавливается некоторое новое постоянное стационарное течение. Вся эта динамическая

Рис. 4. Относительное изменение скорости (v/v_0) на устье скважины ($z=L$) в зависимости от времени (t , с) при двух значениях коэффициента проницаемости пласта (k_p , Д)



картина зависит от геометрии канала, свойств жидкости и интенсивности возмущения, которая в свою очередь зависит от свойств пласта.

3. На рис. 4 показано относительное изменение скорости v/v_0 (или расхода Q/Q_0) в верхнем сечении трубы, полученное из решения задачи, в зависимости от времени для двух значений коэффициента проницаемости ($k_p=1$ Д и $k_p=0,2$ Д). Видно, как влияет проницаемость пласта на величину и фронт скорости. Учет влияния вязкости вдоль канала позволяет получить динамику затухания в зависимости от принятых параметров нашей модели. Зависимости, приведенные на рис. 4, интересны еще и тем, что они представляют собой величины, которые могут быть (и должны) измерены в верхнем сечении канала и по которым можно судить о степени и силе происшедшего газопроявления.

4. Отметим еще один важный результат, полученный из решения двумерной нестационарной задачи. В тех частях канала, где в данный момент течение квазистационарно, т. е. где $\partial v/\partial t$ и $\partial v/\partial z$ малы, профиль скорости по форме близок к профилю, соответствующему стационарному течению. Однако там, где изменения скорости вдоль канала значительны (см. рис. 3), форма профиля заметно изменяется. При этом соответственно увеличивается сопротивление течению в трубе, что согласуется с физикой явления. Так, в нашем примере (когда $k_p=1$ Д) значение скорости в области фронта ударной волны в погранслое на 38% больше, чем она должна быть при данном расходе в стационарном случае.

Таким образом, при возникновении ударной волны происходит заметное изменение профиля течения и увеличивается степень затухания в канале.

В заключение отметим, что полученная гидродинамическая модель скважины, учитывающая неньютоновские свойства буровых жидкостей, позволяет проводить широкий численный эксперимент с целью изучения физических процессов, связанных с динамикой скважины.

Обозначения

ρ — плотность жидкости; $\mathbf{v}$ — вектор скорости жидкости; P — давление; $\bar{\tau}'$ — тензор вязких касательных напряжений; g — ускорение свободного падения; $\bar{\tau}$ — тензор вязких напряжений; η — коэффициент динамической вязкости; δ — символ Кронекера; $\bar{D}$ — тензор скоростей сдвига; $\mathbf{v}^T$ — транспонированный вектор скорости; S — инвариант тензора скоростей сдвига; n — показатель степенного реологического закона; k — постоянная степенного реологического закона; c — скорость звука в упругой жидкости; $k_{ж}$ — модуль объемного сжатия; L — длина канала; R_1 — внутренний радиус межтрубного пространства; R_2 — внешний радиус межтрубного пространства; ρ_0 — плотность жидкости при атмосферном давлении P_0 ; P_3 — давление на забое; $P_{п}$ — первоначальное давление в газовом пласте (при $t \leq 0$); $Q(t)$ — значение расхода жидкости; k_p — проницаемость коллектора; μ — коэффициент динамической вязкости газа; Λ , Λ_r , Λ_z — дифференциальные операторы; τ — шаг дискретизации по времени; h_r , h_z — пространственные шаги дискретизации; $\tilde{\Lambda}_r$, $\tilde{\Lambda}_z$ — конечно-разностные операторы.

Nomenclature

ρ , liquid density; $\mathbf{v}$, liquid velocity vector; P , pressure; $\bar{\tau}'$, viscous shear stress tensor; g , free-fall acceleration; $\bar{\tau}$, shear stress tensor; η , dynamic viscosity; δ , Kronecker symbol; $\bar{D}$, shear rate tensor; $\mathbf{v}^T$, transposed velocity vector; S , shear rate tensor invariant; n , rheological power law exponent; k , rheological power law constant; c , sound velocity in elastic liquid; $k_{ж}$, volume compression modulus; L , channel length; R_1 , internal radius of the intertube space; R_2 , external radius of the intertube space; ρ_0 , liquid density at atmospheric pressure P_0 ; P_3 , pressure at the hole face; $P_{п}$, initial pressure in the gas bed (at $t \leq 0$); $Q(t)$, liquid flow rate; k_p , collector permeability; μ , dynamic viscosity of gas; Λ , Λ_r , Λ_z , differential operators; τ , time discrete step; h_r , h_z , space discrete steps; $\tilde{\Lambda}_r$, $\tilde{\Lambda}_z$, finite-difference operators.

Figure Captions

- Fig. 1. General view of the channel.
 Fig. 2. Changes in pressure (P , N/m²) and in flow rate (Q , m³/s) at the hole face ($z=0$) and changes in pressure at the channel centre ($z=L/2$) vs time, t , s.
 Fig. 3. Relative change in the velocity along the channel $v/v_0=f(z)$ at different time moments (time in seconds).
 Fig. 4. Relative change in the velocity (v/v_0) at the hole outlet ($z=L$) vs time t at two values of the bed permeability.

Summary

The problem of non-Newtonian compressible fluid dynamics with the power-law rheological equation is solved numerically. The dynamics of propagation and damping of shock waves generating in the hole when anomalous pressure bed is discovered has been studied.

Литература

1. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости.— М.: Мир, 1964.— 216 с.
2. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики.— М.: Гостоптехиздат, 1956.— 284 с.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем.— М.: Наука, 1971.— 572 с.
4. Астарита Дж., Маруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей.— М.: Мир, 1978.— 309 с.
5. Лыков А. В. Теплообмен.— М.: Энергия, 1972.— 558 с.

Центральная геофизическая экспедиция
 Миннефтепрома, г. Москва

10.03.80.

Расчет матриц $V(x, y, t)$ для каждого z^i проводился итерационным методом. На первом шаге итераций используется система

$$\mu(I_2, t) \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \mu(I_2, t) \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad (4)$$

где ψ — функция, являющаяся решением задачи Дирихле для уравнения Пуассона в рассматриваемой области G . Первый шаг итераций описывается ньютоновским профилем скоростей. Последующие итерации заключаются в решении системы (1), где в качестве $\mu(I_2, t)$ используется матрица $\mu(x, y, t)$, вычисленная на предыдущем шаге итераций.

Для расчета $\partial P / \partial z$ на каждом шаге итераций реализуется выражение для объемного расхода

$$Q = \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^{-1} \iint \frac{\tau^2}{\mu(x, y, t)} dx dy. \quad (5)$$

Функция диссипации механической энергии определяется как

$$E(x, y, t) = \tau_x \frac{\partial V}{\partial x} + \tau_y \frac{\partial V}{\partial y}. \quad (6)$$

После вычисления $V(x, y, t)$ для каждого z^i система (1) — (3) сводилась к краевой задаче вида

$$\begin{aligned} A_{i\beta} y_{i\beta-1}^{j+\beta/2} - C_{i\beta} y_{i\beta}^{j+\beta/2} + B_{i\beta} y_{i\beta+1}^{j+\beta/2} &= -F_{i\beta}, \quad \beta = 1, 2, \\ y_0^{j+\beta/2} &= \kappa_{1\beta} y_1^{j+\beta/2} + \mu_{1\beta}, \quad y_N^{j+\beta/2} = \kappa_{2\beta} y_{N-1}^{j+\beta/2} + \mu_{2\beta}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь y — разностный аналог t ; A, B, C, F — прогоночные коэффициенты; $\kappa_{\beta\beta} \mu_{\beta\beta}$ — коэффициенты граничных условий; N — порядок сеточной матрицы.

По результатам решения построены эпюры скоростей и температур по осям симметрии и диагонали прямоугольного канала, эпюры изменения t_r при течении полиметакрилата.

Статья депонирована в ВИНТИ 29.11.82, № 5905—82 Деп. (Статья поступила в редакцию 04.03.82, аннотация — 02.11.82. Полный текст 0,4 а. л., библиогр. 7 назв.)

УДК 532.55:532.135

С. Д. Цейтлин

РАСЧЕТ ПОТЕРЬ ДАВЛЕНИЯ В ТРУБАХ КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ В НИХ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

В настоящее время все еще остается открытым вопрос, как, максимально используя информацию, полученную при снятии реологической характеристики на вискозиметре, наиболее точно проводить гидравлический расчет в трубах кольцевого сечения. Решение этой проблемы имеет важное приложение в таких практических задачах, как бурение глубоких газонефтяных скважин, химия полимеров, ядерная энергетика и др.

Связь между величиной потерь давления и объемным расходом при течении неньютоновской жидкости, реология которой приближена степенным законом, в трубе кольцевого сечения приводится в работе [1]:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{2k}{R} \sqrt[n]{\frac{Q \left(\frac{1}{n} + 2 \right)}{\pi R^3 (1 - \kappa)^{1/n+2} \gamma(n, \kappa)}}. \quad (1)$$

Анализ зависимости $\gamma(n, \kappa)$, полученной в результате численного интегрирования уравнения движения вязкой жидкости в [1], показывает, что она при $\kappa > 0,4$ и $n > 0,2$ может с хорошей степенью точности аппроксимирована простым выражением $\gamma \approx 0,5(1 + \kappa)$. В этом случае зависимость (1) может быть приближена более простым выражением, не требующим использования затубулированной функции $\gamma(n, \kappa)$:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{2k}{R} \sqrt[n]{\frac{2Q \left(\frac{1}{n} + 2 \right)}{\pi R^3 (1-\kappa)^{1/n+2} (1+\kappa)}} \quad (2)$$

Из практики следует, что обычно используемые для гидравлических расчетов течения Бингамовская и степенная модели неньютоновской жидкости плохо приближают действительную реологическую зависимость во всем диапазоне возможных скоростей сдвига.

Рассмотрим реально снятую реологическую характеристику неньютоновской жидкости $\dot{\gamma} = f(\tau)$, снятую на вискозиметре в конечном числе (N) точек. Эту зависимость можно приблизить полиномом N -й степени

$$\frac{du}{dr} = \dot{\gamma} = \sum_{k=1}^N b_k \tau^k \quad (3)$$

Интегрируя это выражение, можно получить вид профиля скорости в кольцевом канале:

$$u = \begin{cases} \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{2^k} \left(\frac{dP}{dz} \right)^k R^{k+1} \int_{\kappa}^{\lambda} \left(\frac{\lambda^2}{\rho} - \rho \right)^k d\rho & \text{при } \kappa \leq \rho \leq \lambda, \\ \sum_{k=1}^N \frac{b_k}{2^k} \left(\frac{dP}{dz} \right)^k R^{k+1} \int_{\lambda}^1 \left(\rho - \frac{\lambda^2}{\rho} \right)^k d\rho & \text{при } \lambda < \rho \leq 1. \end{cases} \quad (4)$$

Значение (λR) , при котором $\tau=0$, находится из условия непрерывности скорости в этой точке на основании того, что при $\kappa > 0,5$, согласно работе [1], оно почти не зависит от величины k при $1 \leq k \leq 10$.

Интегрируя (4) с учетом (2), можно получить выражение, связывающее величину объемного расхода с величиной падения давления в канале:

$$Q = \pi R^3 \sum_{k=1}^N b_k \left(\frac{R}{2} \right)^k \left(\frac{dP}{dz} \right)^k \frac{(1-\kappa)^{k+2} (1+\kappa)}{2(k+2)} \quad (5)$$

Таким образом, зная объемный расход жидкости (Q), ее реологию $\{b_k\}$ и геометрию канала (R, κ), можно, решив алгебраическое уравнение N -й степени (5), найти величину dP/dz . Это уравнение легко решается численным методом, причем в качестве нулевого приближения может браться значение dP/dz , полученное по формуле (2).

Использование для гидравлических расчетов в кольцевом канале уравнения (5) позволяет проводить их с наибольшей точностью, хотя и с некоторыми ограничениями ($\kappa \geq 0,5$; $n > 0,2$). Причем необходимость решения при этом алгебраического уравнения N -й степени не умаляет достоинства такого подхода, так как для гидравлических расчетов в современной инженерной и научной практике обычно широко используются электронные вычислительные машины.

Обозначения

P — давление; $\bar{\sigma}$ — тензор напряжений; τ — напряжение сдвига; k, n — постоянные степенного закона; $\kappa = R_2/R$ — отношение внутреннего и внешнего радиуса кольца; Q — объемный расход; u — скорость; $\dot{\gamma}$ — скорость сдвига; b_k — коэффициент полиномиального разложения $\dot{\gamma}$ по τ ; R — внешний радиус кольцевой трубы.

Литература

1. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. — М.: Мир, 1964. — 215 с.

Статья депонирована в ВИНТИ 22.11.82, № 5747—82. Деп. (Статья поступила в редакцию 19.07.82, аннотация — 28.10.82. Полный текст 0,35 а. л., библиогр. 3 назв.)

Nomenclature

τ_{rz} , $\tau_{r\theta}$, components of the stress tensor; d , s , integration constants; τ_0 , limiting shear stress; m , n , non-linearity indices of the rheological model; a , b , radii of the inner and outer cylinders; $\dot{\gamma}$, intensity of deformation rate; η , analogue of plastic viscosity; ρ , fluid density; u , ω , current axial and angular flow velocities; r_1 , r_2 , core boundaries; Ω_0 , angular speed of revolution of the inner cylinder; r , θ , z , cylindrical coordinates; Q , volumetric fluid flow rate; λ , hydraulic resistance coefficient; W , section-averaged flow velocity; M , angular momentum. Dimensionless parameters: k ; ξ , coordinate; V , current flow velocity; Ω , angular flow velocity; ξ_1 , ξ_2 , core boundaries; $\Delta\xi$, core thickness; Sen , St. Venant number; Re , Reynolds number; Ro , Rossby number.

Figure Captions

Fig. 1. The plot of core thickness $\Delta\xi$ vs the St. Venant number (Sen);

Fig. 2. The plot of the critical Rossby number (Ro^*) vs the St. Venant number.

Fig. 3. The parameter β_0 vs the St. Venant number.

Summary

Consideration is given to the steady-state laminar generalized Shulman fluid in a concentric annular channel under constant pressure drop conditions. An inner cylinder is revolving relative to an axis at a constant angular speed. A closed system of equations in a dimensionless form is derived which allows calculation of the main screw flow characteristics both for the direct and inverse hydraulic problems. Results of numerical calculations are analysed.

Литература

1. Rivlin R. S. Solution of some problems in the exact theory of visco-elasticity.— J. Rational Mech. Anal., 1956, N 1, p. 179—188.
2. Виноградов Г. В., Мамаков А. А., Тябин Н. В. Течение аномальновязких тел в условиях сложного напряженного состояния.— Изв. АН СССР. ОН, Механика и машиностроение, 1960, № 2, с. 65—69.
3. Coleman B. D., Markovitz H., Noll W. Viscosimetric flows of non-Newtonian. Theory and experiment.— New York, 1966.— 130 p.
4. Прокунин А. Н., Фридман М. Л., Виноградов Г. В. Винтовое течение полимерных сред.— Механика полимеров, 1971, № 3, с. 497—505.
5. Мясников В. П. При сложном сдвиге.— ПМТФ, 1961, № 5, с. 76—87.
6. Bukhtan U. A., Lipatov V. I., Litvinov A. I., Mitelman B. I., Shulman Z. P. Rheodynamics of nonlinear viscoplastic media.— J. of non-Newtonian Fluid Mechanics, 1982, vol. 10, p. 215—233.

Всесоюзный научно-исследовательский институт буровой техники,
г. Москва

18.06.84.

Институт тепло- и массообмена
им. А. В. Лыкова АН БССР, г. Минск

УДК 532.542:532.135

С. Д. Цейтлин, М. С. Таршин

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВУМЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ СЖИМАЕМОЙ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ДЛИННОМ КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ, ВЫЗВАННОЕ ДВИЖЕНИЕМ ВНУТРЕННЕЙ ТРУБЫ

Решена нестационарная двумерная задача гидродинамики сжимаемой неньютоновской жидкости, связанная с изучением течения в кольцевом канале, вызванного движением внутренней трубы.

Одной из сложных операций при бурении является спуск и подъем колонны бурильных труб, регулярно проводимые для смены отработанного долота. Следует отметить, что при глубоком и сверхглубоком бурении спуско-подъемные операции (СПО) занимают большую часть

времени проводки скважины и состоят в периодически повторяющемся спуске (подъеме) колонны труб на длину одной свечи (обычно 12—36 м). После этого присоединяется (отсоединяется) следующая свеча и проводится очередной спуск (подъем). Эти операции приводят к возникновению в промывочной жидкости в канале скважины сильных периодически повторяющихся возмущений, которые, распространяясь вдоль канала, отражаясь от его концов, складываясь между собой и затухая, создают динамические нагрузки на стенки скважины, что часто приводит к различным осложнениям при бурении. Аналогичные явления возникают при спуске колонны обсадных труб.

Известен ряд теоретических работ, посвященных этому вопросу [1, 2]. Однако вследствие сложности рассматриваемой задачи они целиком или частично не учитывают такие важные факторы, как нестационарность явления; сжимаемость жидкости; неньютоновские свойства жидкости; двумерность картины течения.

Нами сделана попытка в какой-то мере устранить указанные недостатки.

Рассмотрим следующую задачу. Имеется длинная вертикальная труба длиной L , радиусом R_2 с закрытым концом (рис. 1), заполненная неньютоновской сжимаемой жидкостью с удельной плотностью ρ , реология которой известна. Внутри нее опущена коаксиально с ней труба длиной $L_1 < L$, радиусом R_1 с закрытым при помощи клапана концом, сквозь

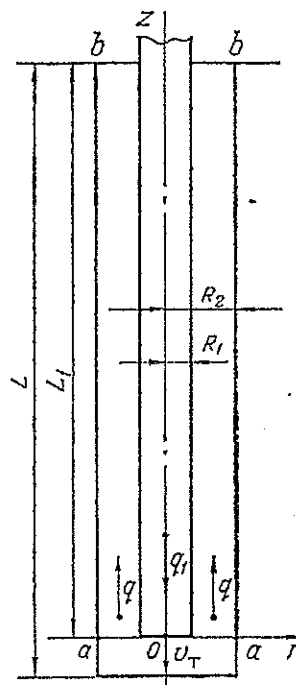


Рис. 1. Общий вид геометрии канала

который можно прокачивать жидкость в одном направлении с объемным расходом $q_1(t)$. Верхний конец кольцевой трубы открыт и сообщается с атмосферой.

В момент времени $t > 0$ начинается перемещение внутренней колонны труб, состоящее из трех этапов, в течение которых она разгоняется, движется с постоянной скоростью и тормозится до нуля:

$$v_T(t) = \begin{cases} v_{T0} (t/\tau_1)^{k_1} & \text{при } 0 < t < \tau_1, \\ v_{T0} & \text{при } \tau_1 \leq t < \tau_1 + \tau_2, \\ v_{T0} (1 - [(t - \tau_1 - \tau_2)/\tau_3]^{k_2}) & \text{при } \tau_1 + \tau_2 < t \leq \tau_1 + \tau_2 + \tau_3, \\ 0 & \text{при } t > \tau_1 + \tau_2 + \tau_3, \end{cases} \quad (1)$$

где $0 < \{k_1, k_2\} \leq 10$.

Зависимость (1) позволяет хорошо аппроксимировать реальные тахограммы движения колонны труб и впоследствии проанализировать влияние параметров $\tau_1, \tau_2, \tau_3, v_{T0}, k_1, k_2$ на величину гидродинамических нагрузок в канале, возникающих при ее движении.

При движении внутренней трубы происходит вытеснение жидкости в межтрубное пространство в сечении $(a-a)$ (рис. 1) с объемным расходом $q_2(t) = \pi R_1^2 v_T(t)$. За счет касательного трения стенка внутренней трубы увлекает за собой некоторое количество вязкой жидкости. В силу замкнутости нижнего конца внешней трубы этот же поток жид-

кости вытесняется обратно в межтрубное пространство. Таким образом, общий объемный расход через сечение $(a-a)$ равен

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t). \quad (2)$$

Считаем объем жидкости, заключенной между закрытым концом внешней трубы и сечением $(a-a)$, несжимаемым, а эффектами, связанными с движением жидкости вокруг торцевой поверхности внутренней трубы, пренебрегаем при рассмотрении течения в межтрубном пространстве, образованном поверхностями внешней и внутренней трубы, сечением $(a-a)$ и свободной поверхностью жидкости $(b-b)$. Не будем учитывать также эффекты, связанные с объемной вязкостью и упругостью жидкости, предполагая, что характерные частоты возмущений и релаксаций это допускают.

Выражением, наиболее полно описывающим нестационарное движение сжимаемой неньютоновской жидкости в рассмотренной области, является обобщенное уравнение Навье—Стокса [3, 4]:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \Delta \vec{v} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \eta(S) \left(\Delta \vec{v} + \frac{1}{3} \text{grad div } \vec{v} \right) + 2 \bar{D} \cdot \text{grad } \eta(S) - \frac{2}{3} \text{grad } \eta(S) \cdot \text{div } \vec{v}, \quad (3)$$

где $\bar{D} = \frac{1}{2} (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T)$ —тензор скоростей деформаций, а $S = 2 \text{tr}(\bar{D}^2)$ —удвоенный второй главный инвариант этого тензора.

В качестве реологической модели жидкости возьмем степенной закон [4]:

$$\eta(S) = k S^{(n-1)/2}. \quad (4)$$

Для замыкания системы (3), (4) используем уравнение неразрывности, усредненное по сечению [5]:

$$-\frac{\partial P}{\partial t} = \rho c^2 \text{div } u, \quad (5)$$

где $u = 2 \int_{R_1}^{R_2} v r dr / (R_2^2 - R_1^2)$, т. е. при решении задачи делаются предположения, что давление P не зависит от радиуса r и жидкость сжимаема только вдоль канала, а объем жидкости, расположенной ниже сечения $(a-a)$ (длиной $L-L_1$), несжимаем. Такое приближение достаточно хорошо описывает реальную картину течения при $L \gg (R_2 - R_1)$ и $L \gg (L - L_1)$.

Выберем цилиндрическую систему координат (z, φ, r) , ось z которой совпадает с осью канала, а начало координат находится в нижнем торце внутренней трубы (рис. 1). Учитывая, что скорость жидкости в кольцевом канале в нашей постановке имеет только z -ю составляющую $v_z = v(r, z)$, запишем уравнения (3), (4), (5) в выбранной системе координат [3]:

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \eta \left(\frac{4}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \rho g + \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial z}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -c^2 \rho \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \eta = k \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right\}^{\frac{n-1}{2}},$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{P - P_0}{k_{\text{ж}}} \right), \quad u = \frac{2 \int_{R_1}^{R_2} v r dr}{R_2^2 - R_1^2}.$$

Канал предполагаем изотермическим, течение всюду ламинарным. Критерием перехода к турбулентному течению считаем условие $Re' = \rho (D_2 - D_1)^n u^{2-n} / k \cdot 8^{n-1} > 2100$ [4], которое показывает, что при реальных, используемых в практике величинах, в кольцевом канале чаще всего реализуется ламинарное течение.

В качестве начальных условий берем распределение давления и скорости, соответствующее гидростатическому в случае отсутствия течения через нижний конец внутренней трубы или стационарному течению с расходом $q_1(t)$ в противном случае. Граничным условием в верхнем сечении трубы берем условие свободной поверхности $P = P_{\text{атм}}$, при котором из уравнения неразрывности находим

$$\left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=L_1} = 0. \quad (7)$$

В нижнем сечении трубы ($a-a$) задается величина средней скорости, получаемая из (2):

$$u = \frac{q(t)}{\pi (R_2^2 - R_1^2)}. \quad (8)$$

На поверхности внутренней и внешней трубы выполняется условие прилипания

$$v(r = R_1) = v_r(t); \quad v(r = R_2) = 0. \quad (9)$$

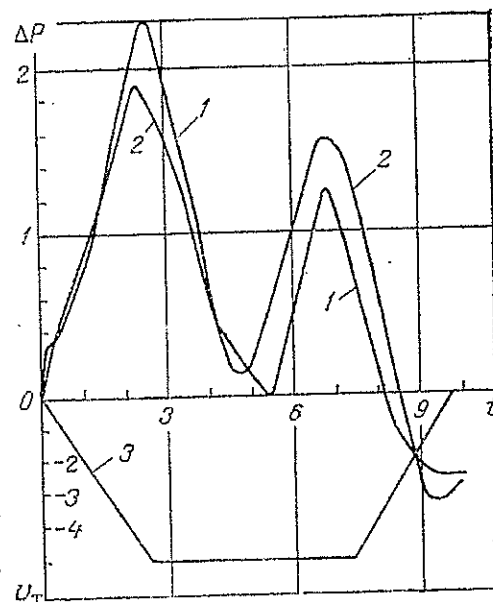
Сформулированная таким образом краевая задача (6), (7), (8), (9) решалась численно методом дробных шагов. Алгоритм решения достаточно подробно изложен в работе [3].

На построенной модели был проведен численный эксперимент.

На рис. 2 сравнивается экспериментально полученная зависимость изменения давления в сечении $z \approx L_1$ во времени в межтрубном пространстве скважины при спуске на 140 мм буровых труб длиной 1100 м, приведенная в работе [6], с расчетной кривой, полученной из решения рассмотренной выше задачи.

Параметры жидкости, приведенные в работе [6]: $\rho = 1440 \text{ кг/м}^3$; $T_0 = 11 \text{ Па}$; $\eta = 0,028 \text{ Па} \cdot \text{с}$ (бингамовская модель жидкости была приближена соответствующей степенной моделью). Радиусы внутренней и внешней трубы $R_1 = 0,07 \text{ м}$; $R_2 = 0,146 \text{ м}$. Колонна внутренних труб разгонялась за $\tau_1 = 2,5 \text{ с}$ до скорости $5,5 \text{ м/с}$, через $\tau_2 = 4,8 \text{ с}$ происходило торможение за время $\tau_3 = 2,5 \text{ с}$.

Рис. 2. Изменение во времени t (с) гидродинамической составляющей давления ΔP (МПа) в нижнем сечении канала при движении колонны внутренних труб: 1 — экспериментальная кривая; 2 — расчетная; 3 — вид движения внутренней трубы.



Как видно из рис. 2, расчеты по принятой модели дают хорошее совпадение с экспериментом во всем диапазоне рассматриваемого времени, что свидетельствует об адекватности выбранной модели и реально происходящего явления.

На рис. 3 приведены пространственные распределения скоростей в канале, полученные при решении одного из рассмотренных вариантов ($\rho=1650 \text{ кг/м}^3$; $k=11,2$; $n=0,36$, кривая 5 на рис. 4 соответствует выбранному виду движения трубы) для различных моментов времени и координат. Как следует из рис. 3, б, профиль течения в канале всегда

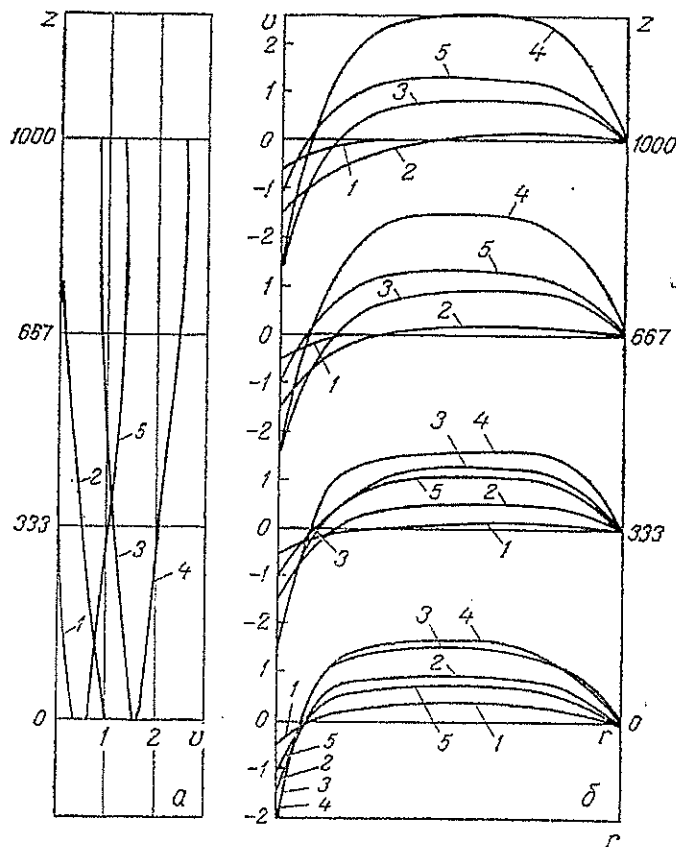


Рис. 3. Распределение скорости v (м/с): а — вдоль канала при $r = \frac{R_1 + R_2}{2}$, $v = v(z, r = \frac{R_1 + R_2}{2})$ в различные моменты времени; б — вид профилей скорости в различных сечениях канала ($v = v(r)$) для различных моментов времени (1 — $t=0,8$ с; 2 — 1,2; 3 — 2,0; 4 — 3,2; 5 — 6,0 с). z , м

состоит из двух противоположно направленных потоков — жидкости, увлекаемой касательным трением в сторону движения внутренней трубы, и жидкости, движущейся в противоположную сторону.

Профили скорости в различных сечениях (при $z = \text{const}$) отличаются друг от друга, так как на всех этапах движения трубы процессы не успевают установиться, причем прослеживается колебательный характер изменения скорости по z . На приведенном рисунке можно наблюдать сложную картину взаимодействия, включая затухание и отражение возникающих волн (рис. 3, а).

Как следует из полученных решений, нельзя проводить оценки инерционных сил так, как это делается в работах [1, 2]. Действительно, значения скоростей и ускорений различны в разных точках канала, в то время как в предположении несжимаемости жидкости делается ошибочный вывод о том, что скорости во всех сечениях канала в данный

момент времени одинаковы. Получаемые таким образом оценки могут быть завышены в несколько раз по сравнению с действительностью.

Отметим, наконец, что точка профиля, в которой скорость $v=0$, также колеблется по мере установления течения в канале. Как показали расчеты, эта точка имеет тенденцию к смещению вправо с увеличением вязкости жидкости и по мере приближения к выходному сечению трубы.

Рассмотрим один из характерных примеров спуска колонны труб длиной $L_1=1000$ м, радиусом $R_1=0,071$ м в скважину радиусом $R_2=0,114$ м, заполненную промысловую жидкость с плотностью $\rho=$

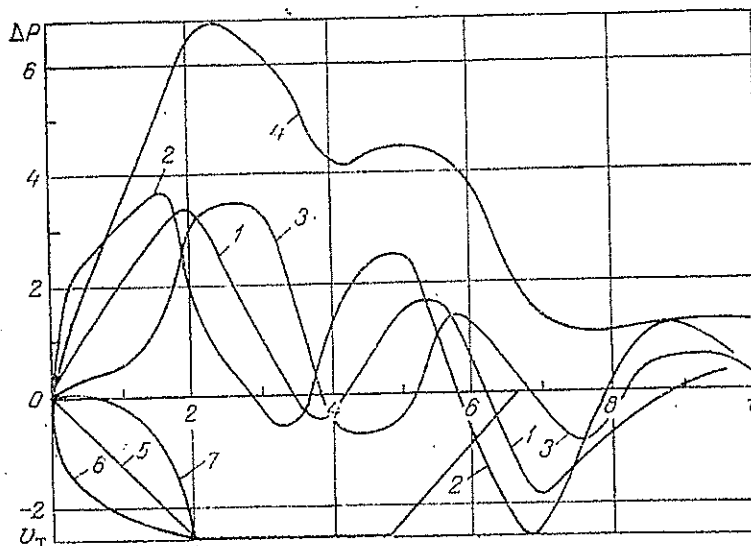


Рис. 4. Изменение гидродинамической составляющей давления ΔP (МПа) по времени t (с): 1 — при изменении скорости внутренней трубы согласно закону, представленному кривой 5; 2 — при изменении скорости внутренней трубы по кривой 6; 3 — при изменении скорости внутренней трубы, соответствующей кривой 7; 4 — при увеличении параметра степенной реологической модели k в четыре раза и законе изменения скорости внутренней трубы, соответствующем кривой 5

$=1650$ кг/м³ и реологией с параметрами степенной модели $k=2,8$; $n=0,36$. Расход через внутреннюю трубу был принят равным $q_1=0,0005$ м³/с. Колонна труб разгонялась по закону (1) с различными параметрами. Ставилась задача проанализировать и сделать качественные выводы о влиянии различных параметров жидкости, геометрии канала и вида движения внутренней трубы на величину гидродинамических перегрузок, возникающих на стенках канала при таком движении.

На рис. 4 приведено изменение давления внизу (вблизи сечения a) канала (кривые 1, 2, 3, 4) в зависимости от вязкости жидкости и характера движения колонны (кривые 5, 6, 7). Здесь рассматриваются случаи, когда в выражении (1) $\tau_1=\tau_3=2$ с; $v_{т0}=-2,5$ м/с; $\tau_2=2,8$ с; $k_2=1$; $k_1=0,25$; 1; 4 (кривые 6, 5, 7 рис. 4). Отметим некоторые общие закономерности, полученные из решения задач, приведенных на рис. 3, 4.

1. Картина изменения давления в любой точке канала носит колебательный характер, причем период колебаний равен полной фазе гидроудара.

2. Максимальная величина динамической перегрузки соответствует первому максимуму и возникает после завершения этапа разгона трубы.

3. Величина этого максимума заметно зависит от величины скорости $v_{т0}$, реологии и плотности, геометрии канала (L_1 , R_1 , R_2) и слабо — от ускорения и характера разгона трубы (k_1).

4. Время затухания колебаний в канале зависит от реологии жидкости и происходит лишь через некоторое время после полной остановки трубы.

5. За счет отражений от свободной поверхности и прихода вниз канала волны разряжения возможны отрицательные значения гидродинамических нагрузок, т. е. давление в любой точке канала может становиться меньше гидростатического (первый минимум на кривых 1, 2, 3). Это явление подтверждается целым рядом экспериментальных работ, например [6].

6. Характер движения трубы на первом этапе (k_1) влияет на характер нарастания давления в канале и всегда подобен ему. При этом он влияет не только на форму переднего фронта нарастания давления, но и на весь характер его изменения и, в частности, приводит к некоторому фазовому сдвигу кривой (см. рис. 4, кривые 1, 2, 3).

7. Торможение внутренней колонны труб на третьем этапе движения накладывает новое возмущение на еще неустановившееся течение и, как правило, приводит к появлению отрицательных перегрузок давления на стенках канала. Причем величина их может достигать нескольких десятков атмосфер и зависит не только от τ_3 , v_{T0} , k_2 , но и от момента начала торможения по отношению к фазе колебаний в данной точке канала, вызванных первым этапом движения внутренней трубы. Так, если в данный момент происходит нарастание давления в определенной точке канала, то начавшееся торможение внутренней трубы его ослабляет и отрицательное значение гидродинамической перегрузки будет минимальным (см. рис. 4, кривая 3). Если же момент торможения совпадает с убыванием волны давления, происходит резонансное усиление и величина отрицательной перегрузки становится максимальной (см. рис. 4, кривая 2).

8. Таким образом, подбирая соответствующие параметры движения трубы (k_1 , k_2 , τ_1 , τ_2 , τ_3 , v_{T0}), можно минимизировать величину гидродинамических нагрузок на стенки канала.

Figure Captions

Fig. 1. General view of the channel geometry.

Fig. 2. Time variation $t(s)$ of hydrodynamic pressure component ΔP (МПа) in the lower channel section during motion of a column of inner tubes: 1, experimental curve; 2, calculated curve; 3, schematic of inner tube motion.

Fig. 3. Velocity distribution v (m/s): а, along the channel at $r = \frac{R_1 + R_2}{2}$, $v = v(z, r = \frac{R_1 + R_2}{2})$ at different moments of time; б, velocity profiles in different channel sections ($v = v(r)$) for different moments of time.

Fig. 4. Time variation of hydrodynamic pressure component ΔP (МПа): 1, with velocity variation of the inner tube according to the law presented by curve 5; 2, with velocity variation of the inner tube by curve 6; 3, with velocity variation of the inner tube corresponding to curve 7; 4, with four-fold increase of the parameter of the power-law rheological model k and velocity variation of the inner tube according to curve 5.

Summary

A solution to the two-dimensional non-Newtonian compressible fluid flow is presented which allows flow investigation in an annular channel under non-uniform inner wall motion conditions. A comparison with an experiment, as applied to landing of a column of drilling tubes in a bore, has been carried out. An influence of the fluid parameters, channel geometry and a kind of velocity variation on hydrodynamic overloads on channel walls has been investigated.

Литература

1. Гукасов Н. А. Справочное пособие по гидравлике и гидродинамике в бурении.— М.: Недра, 1982.—303 с.
2. Леонов Е. Г., Исаев В. И. Расчет гидродинамического давления при спуско-подъемных операциях колонн при бурении скважины.— М.: МИНХ и -ГП, 1982.—60 с.
3. Цейтлин С. Д. Численное решение одной двумерной задачи нестационарной гидродинамики неньютоновской сжимаемой жидкости.— ИФЖ, 1981, т. 40, № 4, с. 664—672.

УДК 532.546

С. Д. Цейтлин

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ЭФФЕКТА РАЗГАЗИРОВАНИЯ НЕФТИ
В ПЛАСТЕ НА ПРОТЕКАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ ШТУЦЕР—СКВАЖИНА—ПЛАСТ**

С помощью численной динамической модели системы штуцер—скважина—пласт методом последовательных стационарных состояний проанализировано влияние разгазирования нефти в пласте на протекание гидродинамических процессов в ней.

Введение. В связи с истощением нефтяных месторождений с продуктивными пластами, залегающими относительно неглубоко и представляющими собой простые межгранулярные коллекторы, возникает настоятельная необходимость всестороннего изучения гидродинамических процессов, которые протекают в сложнопостроенных пластах, насыщенных многофазным флюидом. При этом многие методы разведки и разработки нефтяных месторождений, которые основаны на решении относительно простых задач гидродинамики и обычно используются при работе с пористыми коллекторами, не дают достаточную точность при их использовании для гидродинамических испытаний сложнопостроенных пластов. Поэтому требуется создание более сложных адекватных математических моделей для изучения гидродинамических процессов, протекающих в системе штуцер—скважина—пласт, которые позволили бы построить методики интерпретации и аппаратуру, дающие более высокую точность при проведении гидродинамических испытаний сложнопостроенных пластов.

В работе [1] приводятся постановка и решение задачи, описывающей динамику системы штуцер—скважина—пласт с учетом сложнопостроенного (в том числе трещинного) пласта и двухфазности флюида, протекающего в насосно-компрессорных трубах (НКТ) и штуцере. Рассмотрение системы штуцер—скважина—пласт в такой постановке может быть полезно и при решении практических задач по повышению нефтеотдачи из сложнопостроенных коллекторов.

Отметим, что, как показала практика, разгазирование нефти в пласте приводит к усложнению интерпретации результатов гидродинамических испытаний, а также к снижению нефтеотдачи пластов. Ниже приводится анализ влияния разгазирования нефти в пласте на протекание процессов в системе штуцер—скважина—пласт, основывающийся на численной модели процесса, описанной в [1].

Постановка задачи. В работах [2, 3] выводится система уравнений, описывающих нестационарную многокомпонентную фильтрацию в нефтяных пластах. В частности, приводится их вид для газированной жидкости, причем везде далее будем считать, что жидкость — это нефть, а газ — попутный нефтяной газ, который может быть в свободном состоянии или растворен в нефти.

Давление в нефти P_n в общем случае отличается от давления в газе P_g из-за наличия капиллярных свойств ($P_n - P_g = P_{\text{нап}}(\sigma_n)$). Однако численное решение, учитывающее это явление [4], показало, что в большин-

стве случаев оно практически не оказывает влияния на результат, и поэтому везде дальше будем полагать, что $P_n = P_r = P$.

Совместная система уравнения для этого случая имеет вид [2]

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left[\left(\frac{\bar{k}_n \rho_{r0} S}{\mu_n \beta_n} + \frac{\bar{k}_r \rho_r}{\mu_r} \right) \operatorname{grad} P \right] &= \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sigma_n \rho_{r0} S}{\beta_n} + \rho_r (1 - \sigma_n) \right), \\ \operatorname{div} \left(\frac{\bar{k}_n}{\mu_n \beta_n} \operatorname{grad} P \right) &= \frac{m}{k} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sigma_n}{\beta_n} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Все эти параметры являются функциями давления P (процессы здесь предполагаются изотермическими, т. е. $T = \text{const}$); σ_n и P — нефтенасыщенность и давление — искомые функции.

Известно, что газовый фактор Γ_r — это отношение объемного расхода газа, приведенного к атмосферному давлению Q_{r0} , к объемному расходу нефти Q_{n0} через единицу сечения: $\Gamma_r = Q_{r0}/Q_{n0}$, где

$$Q_{r0} = \frac{(\rho_r v_r)_0}{\rho_{r0}} \omega = \left(\frac{\rho_r}{\rho_{r0}} v_r + \frac{S}{\beta_n} v_n \right) \omega; \quad Q_{n0} = \frac{\rho_n v_n}{\beta_{n0}} \omega = \frac{v_n}{\beta_n} \omega;$$

$(\rho_r v_r)_0$ — суммарная газовая скорость.

Учитывая выражение для скоростей фильтрации (закон Дарси) [2]

$$v_j = - \frac{k_j}{\mu_j} \bar{k}_j(\sigma_j) \frac{\partial P}{\partial x}, \quad j = r, n, \quad (2)$$

получаем

$$\Gamma_r = \frac{\rho_r(P) v_r \beta_n(P)}{\rho_{r0} v_n} + S(P) = \frac{\rho_r(P) \beta_n(P) k_r/k_n}{\rho_{r0} \mu_r(P)/\mu_n(P)} + S(P). \quad (3)$$

В [2, 3] показано, что в случае стационарного течения газированной жидкости вдоль линий тока $\Gamma_r = \text{const}$, т. е.

$$\frac{\rho_r(P) \beta_n(P)}{\mu_r(P)} \frac{k_r(\sigma_n)}{k_n(\sigma_n)} + S(P) = \Gamma_{r0} = \text{const}. \quad (4)$$

При приближенных расчетах течения газированной жидкости в пластах часто используется метод последовательных стационарных состояний [2, 5]. При этом важно, например, решать уравнение фильтрации для нестационарной однокомпонентной фильтрации, учитывая изменения коэффициентов проницаемости, получаемых из выражения (4). Такой подход, который справедлив для относительно медленных процессов, значительно упрощает решение поставленной задачи и, как показывает сравнение точных решений, основанных на уравнениях (1) [3, 4], с приближенными, не вносит больших ошибок в результат решения.

Сам такой метод реализуется следующим образом. Предполагая, что в течение некоторого промежутка времени газовый фактор вдоль линий тока меняется мало ($\Gamma_r = \Gamma_{r0} = \text{const}$), и зная зависимости $k_r(P)$ и $k_n(P)$ (например, [3, 5]), а также зависимости $\beta_n(P)$, $\rho_r(P)$, $\rho_n(P)$, $S(P)$, $\mu_r(P)$, $\mu_n(P)$ из выражения (4), находим сначала связь между нефтенасыщенностью и давлением, а затем зависимость относительной проницаемости от давления $k_n = k_n(P)$. Рассмотрим в качестве примера случай, когда $\Gamma_r = \Gamma_{r0} = \text{const}$, $\rho_r = \rho_{r0} P/P_{\text{атм}}$; $S(P) = SP/P_{\text{атм}}$; $\beta_n = \text{const}$; $\mu_r/\mu_n = \mu_0 = \text{const}$. Тогда выражение (4) примет вид

$$\frac{P}{P_{\text{атм}}} \frac{k_r}{k_n} \frac{\mu_n}{\mu_r} + S \frac{P}{P_{\text{атм}}} = \Gamma_{r0} = \text{const}. \quad (5)$$

Отсюда

$$\frac{k_r}{k_n} = \left(\frac{\Gamma_{r0} P_{\text{атм}}}{P} - S \right) \frac{\mu_r}{\mu_n},$$

или

$$\frac{k_r}{k_n} = \frac{\Gamma_{r0}}{P^*} - \alpha, \quad (6)$$

где

$$P^* = \frac{P \mu_n}{P_{\text{атм}} \mu_r}; \quad \alpha = S \frac{\mu_r}{\mu_n}.$$

Характерный вид фазовых проницаемостей для наиболее распространенных типов коллекторов приводится в работах [2—5] и получается в результате лабораторных измерений. В работах [3, 4], в частности, приводится один из вариантов их аналитического выражения:

$$\bar{k}_n(\sigma_n) = 1,06\sigma_n^3 - 0,06 \simeq \sigma_n^3, \quad \bar{k}_r(\sigma_n) = 1,16(1 - \sigma_n^2) \simeq (1 - \sigma_n^2). \quad (7)$$

Сравнение экспериментально снятых зависимостей [3] и зависимостей, рассчитанных по (7), показывает хорошее их совпадение.

Как следует из рассмотрения зависимостей фазовых проницаемостей, приводимых в работах [2—5], для нефтенасыщенностей, близких к 1, можно, основываясь на выражениях (4) и (7), найти приближенную аналитическую связь между k_n и давлением P .

Действительно, согласно (7), учитывая, что $\sigma_n \approx 1$:

$$\frac{k_r}{k_n} = \frac{(1 - \sigma_n)^2}{\sigma_n^3} = \left(\frac{1 - \sigma_n}{\sigma_n} \right)^2 \frac{1}{\sigma_n} \simeq \left(\frac{1 - \sigma_n}{\sigma_n} \right)^2;$$

тогда, согласно (4):

$$\frac{k_r}{k_n} = \left(\frac{1}{\sigma_n} - 1 \right)^2 = \left(\frac{\Gamma_r P_{\text{атм}}}{P} - S \right) \frac{\mu_r}{\mu_n} = \frac{1}{P^*} - \alpha$$

или

$$\sigma_n = \left[1 + \sqrt{\left(\frac{\Gamma_r P_{\text{атм}}}{P} - S \right) \frac{\mu_r}{\mu_n}} \right]^{-1}$$

и окончательно

$$\bar{k}_n(P^*) \simeq \sigma_n^3 = \left[1 + \sqrt{\frac{1}{P^*} - \alpha} \right]^{-3}. \quad (8)$$

Было проведено сравнение зависимости $\bar{k}_n(P^*)$, взятой из работы [5], и зависимостей, рассчитанных по выражению (8) для $\alpha = 0,01$ и $0,02$. Оно показало, что аналитическое выражение (8) с хорошей степенью точности ($\sim 15\%$) аппроксимирует зависимость, полученную численными расчетами по (4) для усредненных характерных $k_r(\sigma_n)$, $k_n(\sigma_n)$ в работе [5].

Для дальнейших исследований будем использовать систему дифференциальных уравнений и алгоритм, приведенные в [1], которые описывают динамику системы штуцер—скважина—пласт и позволяют учитывать зависимость проницаемости от текущего давления в пласте, в том числе и в случае их зависимости вида (8).

Итак, сформулируем поставленную задачу. Математическая модель системы штуцер—скважина—пласт состоит (см. рис. 1) из модели пласта, представляющего собой три пропластка мощностью H_1 , H_2 , H_3 с коллекторскими свойствами k_i , m_i , C_i ($i=1, 2, 3$). Причем средний пласт небольшой мощности ($H_2 < \{H_1, H_3\}$) обладает более высокой проницаемостью ($k_2 > \{k_1, k_3\}$). Пласты вскрыты скважиной радиуса $r_{\text{св}}$. Каждый из пластов может иметь прискважинную зону радиуса R_j с измененными коллекторскими свойствами k_j , m_j , C_j ($j=4, 5, 6$).

В цилиндрической системе координат уравнение, описывающее процесс нестационарной фильтрации однородной жидкости в таком пласте, можно получить из системы уравнений (1); оно имеет вид

$$m_i C_i \mu_n \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r k_i(P) \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_i(P) \frac{\partial P}{\partial z} \right), \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, 6;$$

$$k_i(P) = k_{i0} \left[1 + \sqrt{\frac{1}{P^*} - \alpha} \right]^{-3} \quad (10)$$

является функцией давления и зависит от газового числа Γ_g , растворимости газа S , вязкостей газа μ_g и нефти μ_n .

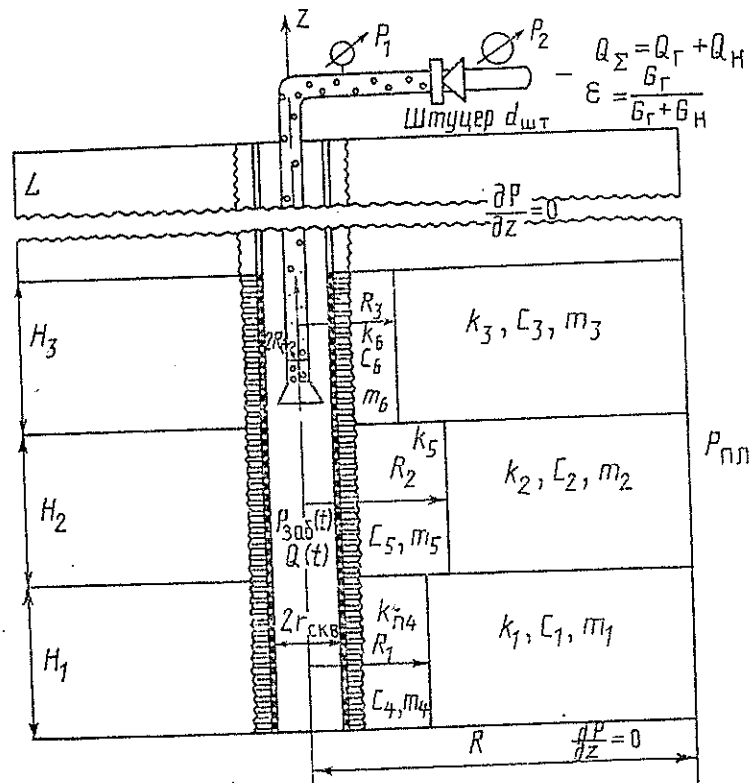


Рис. 1. Общий вид рассматриваемой модели

Уравнение (9) дополняется краевыми условиями на внешних и внутренних границах области:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z}(r, z=0, t) &= \frac{\partial P}{\partial z}(r, z=H, t) = 0, \\ P_i(r, z=H_i, t) &= P_{i+1}(r, z=H_i, t), \\ Q_i(r, z=H_i, t) &= Q_{i+1}(r, z=H_i, t). \end{aligned} \quad (11)$$

На границе, представляющей поверхность скважины, решение согласуется по давлению и расходу с решением, получаемым с помощью модели одномерного течения двухфазной жидкости в трубе [1]:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \varphi \rho_g + (1 - \varphi) \rho_n + \frac{\lambda}{2Dg} [\varphi \rho_g v_g^2 + (1 - \varphi) \rho_n v_n^2];$$

$$\frac{\pi}{4} \varphi D^2 \rho_g g v_r = Q_r \rho_r g = G_r = \text{const}; \quad (12)$$

$$\frac{\pi}{4} (1 - \varphi) D^2 \rho_n g v_n = Q_n \rho_n g = G_n = \text{const},$$

где λ — коэффициент гидравлического сопротивления, который зависит от $Re = vD\rho/\mu$.

В случае гомогенного течения ($v_r = v_n$) объемное газосодержание

$$\varphi = \frac{Q_r}{Q_r + Q_n}.$$

Давление и расход в верхнем сечении трубы (на устье скважины) согласуются с решением, получаемым с помощью модели штуцера [1], позволяющей рассчитывать гомогенное течение газожидкостной смеси через диффузор для любых соотношений входного P_1 и выходного P_2 давления:

$$f = (G_r + G_n) [M (\kappa^{2/\xi} - \kappa^{(\xi+1)/\xi}) + k (\kappa^{2/\xi} - \kappa^{(2+\xi)/\xi})]^{-\frac{1}{2}}, \quad (13)$$

где f — площадь проходного сечения штуцера;

$$\kappa = P_2/P_1; \quad \xi = \frac{\eta c_p + c_n}{\eta c_v + c_n}; \quad \eta = \frac{G_r}{G_n};$$

$$M = \tilde{c}^2 \frac{2\xi}{\xi - 1} \frac{1 + \eta}{\eta} \rho_n \frac{P_1}{P_2}; \quad k = \frac{2\tilde{c}^2 \rho_r^2 \rho_1^2}{\rho_n P_2^2} \frac{1 + \eta}{2};$$

$\tilde{c}$ — коэффициент штуцера.

Численный алгоритм задачи [1] позволяет получить распределение давления и расхода флюида во всей системе штуцер—скважина—пласт в любой момент времени в зависимости от диаметра штуцера, давления за ним и в пласте, а также от других параметров системы.

Обсуждение полученных результатов численного моделирования. В отличие от модели, рассмотренной в [1], здесь используется дополнительно уравнение (10), выведенное из некоторых упрощающих предположений (условие квазистационарности), которое позволяет с точностью, достаточной для большинства практических задач, проанализировать влияние разгазирования пласта на протекание более сложных процессов, чем рассмотренные в работе [4] системы.

В связи с этим кроме двадцати с лишним параметров, входящих в систему и приведенных в [1], здесь появляются такие параметры, как $P_{\text{нас}}$ — давление насыщения нефти попутного газа; динамические вязкости газа μ_r и нефти μ_n в пластовых условиях; сжимаемость нефти β_n ; растворимость попутного газа в пластовых условиях S ; газовое число G_r , характерное для данного пласта. Все эти параметры в общем случае зависят от давления, например, в виде, представленном в [4]. Для предполагаемых исследований эти зависимости могут быть заменены некоторыми постоянными величинами с учетом диапазона изменения их в реальных ситуациях. Так, обычно: $6 \text{ МПа} \leq P_{\text{нас}} \leq P_{\text{пл}}$; $0,01 \leq \alpha \leq 0,02$; $1 \leq S \leq 2$; $50 \leq G_{r0} \leq 600 \text{ м}^3/\text{м}^3$; $1 \leq \beta_n \leq 1,2$. Отметим, что, поскольку поставленная задача решается численно, для конкретных месторождений, модель позволяет учитывать характерный вид этих зависимостей от давления. Как уже отмечалось, исследование будет проводиться для зависимостей фазовых проницаемостей от нефтенасыщенности, представленных формулами (4).

На рис. 2 представлены результаты исследования эффекта разгазирования на индикаторные кривые для модели штуцер—скважина—пласт со следующими параметрами: $a = d_{\text{шт}} = 6, 8, 10, 12, 14, 16 \text{ мм}$; $\tilde{c} = 1,2$; $c_n = 0,51 \text{ ккал}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $\rho_n = 800 \text{ кг}/\text{м}^3$; $\rho_{r0} = 2 \text{ кг}/\text{м}^3$; $\varepsilon = 0,4$; $P_2 = 2,0 \text{ МПа}$;

$L=2800$ м; $2R_0=0,0685$ м. Пласт в этом случае (а) предполагается однородным, мощностью $H_{пл}=10$ м с коллекторскими свойствами: $k=10^{-14}$ м²; $cm=2 \cdot 10^{-12}$ МПа⁻¹; $P_{пл}=23,0$ МПа; $S=10$ м³/МПа; $\beta_n=1$. В другом случае — пласт неоднородный (б): $H_2=4$ м; $H_3=1$ м; $H_4=5$ м; $k_2=k_4=2 \cdot 10^{-14}$ м²; $k_3=10^{-12}$ м²; $cm_i=2 \cdot 10^{-12}$ МПа⁻¹ ($i=2, 3, 4$).

Приведенная на рис. 2, а кривая I соответствует случаю, когда разгазирования в пласте нет (или $P_{нас}$ очень низкое), и представляет собой прямую линию в координатах $Q_n, \Delta P_d=(P_{пл}-P_{заб})$. Числа у точек на

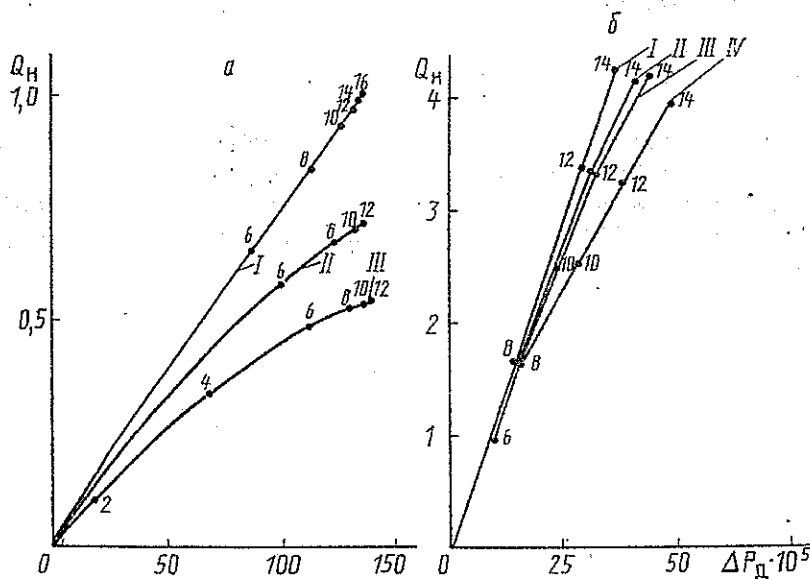


Рис. 2. Индикаторные кривые: а) для однородного пласта: I — разгазирования нет; II — $\Gamma_r=250$ м³/м³, $\alpha=0,01$, $P_{нас}=23$ МПа; III — $\Gamma_r=400$ м³/м³, $\alpha=0,02$, $P_{нас}=23$ МПа; б) для неоднородного пласта: I — разгазирования нет; II — $\Gamma_r=250$ м³/м³, $\alpha=0,01$, $P_{нас}=20$ МПа; III — $\Gamma_r=250$ м³/м³, $\alpha=0,01$, $P_{нас}=23$ МПа; IV — $\Gamma_r=400$ м³/м³, $\alpha=0,02$, $P_{нас}=23$ МПа. ΔP_d , Па; Q_n , м³/с · 10⁻³

прямых соответствуют величинам диаметра штуцера, для которых был проведен расчет. Везде в качестве стационарных значений $Q_n, P_{заб}$ брались их значения через $t=3600$ с.

Заметно отклонение кривой II от I, что связано с эффектом разгазирования прискважинной зоны пласта. С увеличением диаметра штуцера и уменьшением забойного (и призабойного) давления эффект, связанный с разгазированием, усиливается и при $d_{шт}=12$ мм достигает $\approx 20\%$.

Индикаторная линия III имеет еще более нелинейный характер, с еще более сильным эффектом возникновения нелинейности с увеличением диаметра штуцера и дебита скважины.

На рис. 2, б приведены индикаторные кривые для описанного неоднородного пласта ($S=10^3$ м³/МПа). При малых величинах $d_{шт}$ кривые I и II почти совпадают, так как давление в пласте всюду превышает $P_{нас}=20$ МПа и нефть не разгазирова.

По мере увеличения диаметров штуцера давление на забое падает и появляется нелинейный эффект загиба индикаторной кривой II. В случае, когда давление насыщения $P_{нас}=P_{пл}=23$ МПа (кривая III), эффект разгазирования наблюдается всюду в пласте, где $P(r, z, t) < P_{нас}$. Полученные таким образом индикаторные кривые аналогичны приведенным на рис. 3, а. Основные отличия в этом случае (когда пласт неоднороден) следующие: 1) поскольку из-за эффекта шунтирования высокопроницаемым пропластком давление на забое будет больше, чем в случае однородного пласта, коэффициент фазовой проницаемости для нефти будет близок к единице и разгазирование будет слабее влиять на вид индикаторной кривой; 2) поскольку в силу неоднородности изолинии вытянуты (по радиусу), то и зона разгазирования будет иметь нецилинд-

рический вид, т. е. зона разгазирования в высокопроницаемом пропластке будет больше по радиусу, чем в слабопроницаемых блоках. При остановке скважины наблюдаемый эффект будет противоположным.

На рис. 3, а приведены зависимости забойного давления $P_{заб}$ от времени при пуске скважины в работу и ее остановке (КВД) при диаметре штуцера $d_{шт}=6$ мм для однородного пласта с $k=10^{-14}$ м². Кривые 1, 2, 3 соответствуют случаям, представленным кривыми I, II, III на рис. 2, а. Как видно из рис. 3, а, эффект разгазирования особо заметен при стациона-

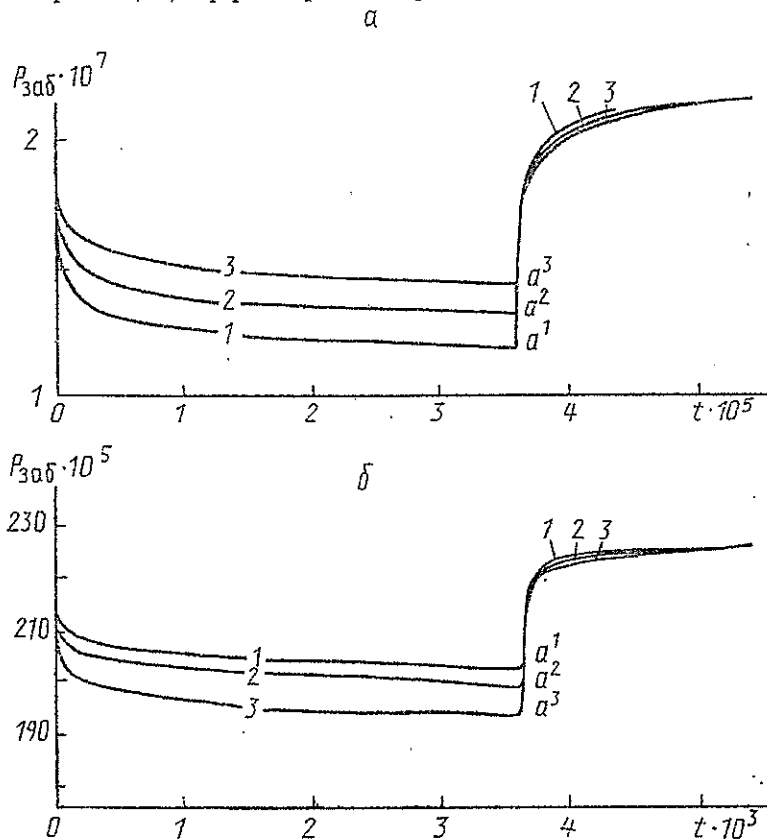


Рис. 3. Зависимость изменения забойного давления $P_{заб}$ (Па) от времени t (с): а) для однородного пласта: 1 — разгазирования нет; 2 — $\Gamma_r=250$ м³/м³; $\alpha=0,01$; $P_{нас}=23$ МПа; 3 — $\Gamma_r=400$ м³/м³; $\alpha=0,02$; $P_{нас}=23$ МПа, б) для неоднородного пласта: 1 — $\Gamma_r=400$ м³/м³; $\alpha=0,02$; $P_{нас}=23$ МПа; 2 — $\Gamma_r=250$ м³/м³; $\alpha=0,01$; $P_{нас}=23$ МПа; 3 — разгазирования нет

нарных пластовых испытаниях (величины депрессий ΔP_d) и слабо для нестационарных (изменение фронтов кривых $P_{заб}=P_{заб}(t)$). Это объясняется тем, что во время падения забойного давления при пуске интегральный эффект разгазирования очень мал, так как в малой части пласта происходит уменьшение фазовой проницаемости, связанное с эффектом разгазирования. На этапе остановки скважины эффект разгазирования более заметен, но также невелик, поскольку забойное давление увеличивается и фазовая проницаемость стремится к единице. Расположения точек a^1 , a^2 , a^3 , соответствующие значениям забойного давления через час, заметно различаются. Все эти закономерности, полученные на модели и наблюдаемые на рис. 2, 3, постоянно встречаются в практике и подтверждают адекватность процессов, происходящих в реальной системе и модели. Настраивая параметры модели на реально существующие месторождения, с помощью решения подобных прямых задач можно оценить количественно влияние эффекта разгазирования нефти в пласте и свести к минимуму ошибки интерпретации гидродинамических испытаний пластов, а также минимизировать негативное влияние эффекта разгазирования нефти в пласте на коэффициент нефтеотдачи.

На рис. 3, б приведены зависимости $P_{\text{заб}} = P_{\text{заб}}(t)$ для неоднородного пласта при $d_{\text{шт}} = 12$ мм. Влияние разгазирования сильнее сказывается на результате стационарных испытаний (величины депрессий много меньше, чем в случае однородного пласта в точках a^1 , a^2 , a^3) и слабо — на результатах нестационарных испытаний. При этом останов скважины более чувствителен к эффекту разгазирования пластов, чем пуск, по тем же причинам, что и в случае однородного пласта.

В результате проведенных исследований можно сделать ряд выводов.

1. Разгазирование нефти в пласте может заметно влиять на результаты гидродинамических испытаний и зависит от таких параметров пластового флюида, как давление насыщения, растворимость газа в нефти, газовый фактор, вязкость нефти и газа, сжимаемость нефти. Максимальный эффект, однако, как правило, не превышает 30%.

2. Более сильное влияние эффект разгазирования оказывает при стационарных гидродинамических испытаниях.

3. Наличие разгазирования в пласте приводит к появлению выпуклой индикаторной кривой пласта, причем с увеличением дебита нефти (диаметра штуцера) отклонение от индикаторной кривой без разгазирования увеличивается.

4. В случае неоднородного пласта, содержащего высокопроницаемый пропласток (или трещины), влияние разгазирования в пласте при гидродинамических испытаниях ослабевает.

5. Анализ влияния разгазирования нефти в пласте необходимо рассматривать в системе, содержащей штуцер и скважину, в которых движется газожидкостная смесь, поскольку каждый из этих элементов дает свой эффект, важный при рассмотрении общей картины.

6. Так как процесс разгазирования слабее влияет на результаты нестационарных гидродинамических испытаний, они предпочтительнее для идентификации типа коллектора нефти. Особенно это касается кривых пуска скважины.

7. При проведении всех видов гидродинамических испытаний сложнопостроенных коллекторов нефти следует производить их на штуцерах малого сечения (или при малых дебитах), поскольку в этом случае влияние эффектов, связанных с разгазированием нефти, уменьшается.

8. Чтобы различить влияние разгазирования нефти в пласте и кольматации трещин в призабойной зоне на вид индикаторной кривой, необходимо провести кислотную обработку пласта. В случае, если индикаторная кривая остается такой же, можно предположить, что ее отклонение от линейного вида связано с разгазированием. В противном случае — с кольматацией ближней зоны пласта.

Обозначения

m_i — пористость пласта; k_i — проницаемость пласта; $\bar{k}_n = k_n/k$, $\bar{k}_r = k_r/k$ — относительная фазовая проницаемость по нефти и газу; $\rho_{г0}$ и ρ_r — плотность газа при атмосферных и пластовых условиях; $\rho_{н0}$ и ρ_n — плотность нефти в аналогичных условиях; S — растворимость газа в нефти; μ_n , μ_r — динамическая вязкость нефти и газа; β_n — объемный коэффициент нефти; ω — площадь сечения пласта; v_r , v_n — скорости фильтрации фаз; C_i — сжимаемость пласта; Q — объемный расход флюида; D — диаметр трубы (ИКТ); G_r , G_n — массовый расход газа и нефти; φ — объемное газосодержание; c_r , c_n — теплоемкости газа; $\varepsilon = G_r/(G_r + G_n)$ — массовое газосодержание; P_2 — давление за штуцером; L — глубина скважины.

Литература

1. Цейтлин С. Д., Ильинский В. М. // ИФЖ. 1990. Т. 59, № 4. С. 698—699.
2. Басниев К. С., Власов И. Н., Кочина В. М. и др. Подземная гидравлика. М., 1986.
3. Розенберг М. Д., Кундин С. А. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М., 1969.
4. Булгаков Г. Т., Халиков Г. А. // Изв. вузов. Нефть и газ. 1980. № 2. С. 49—53.
5. Еядокимова В. А., Кочин И. Н. Сборник задач по подземной гидравлике. М., 1979.

Summary

Based on the analysis of experimental study of the parameters of the two-phase (gas—solid particles) flow outflowing from the channels of different length X and cross-section D at different particle sizes d_s and carrier phase velocities U_0 , a criterial relation is obtained which determines velocity nonequilibrium of phases. $U_0/U_{0s} = 1 + \sqrt{2(\rho_p d_s U_0 / 10^3 \rho_s D \sqrt{gX})}$ with regard to the densities of the discrete ρ_p and carrier ρ_s phases.

Литература

1. Баланин Б. А., Трахов Е. П. // Течения вязкого и невязкого газа. Двухфазные жидкости. Л., 1981. С. 32—41.
2. Яненко Н. Н., Солоухин Р. И., Папырин А. Н., Фомин В. М. Сверхзвуковые двухфазные течения в условиях скоростной неравновесности частиц. Новосибирск, 1980.
3. Баланин Б. А., Меладзе С. А., Чирухин В. А., Чайка М. Н. // Вестн. ЛГУ. 1986. № 9. С. 32—36.
4. Злобин В. В. // ИФЖ. Т. 33, № 4. С. 612—615.

Ленинградский государственный университет

15.07.88.

УДК 532.529.5:532.135

С. Д. Цейтлин

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В ДЛИННОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ, СОДЕРЖАЩЕМ ГАЗИРОВАННУЮ ПАЧКУ

Решена нестационарная задача трубной гидродинамики для сжимаемой неньютоновской жидкости, связанная с прохождением импульсов давления в кольцевом и круглом канале, содержащем газожидкостную гомогенную пачку.

Большой практический интерес представляет собой исследование процессов, связанных с прохождением волн давления в длинных каналах, заполненных неньютоновской жидкостью, включающих газожидкостные пачки. Прежде всего необходимость решения подобных задач возникает при рассмотрении проблем, связанных с разведкой и разработкой нефтегазовых месторождений, где почти всегда промысловые и тампонажные жидкости и нефть, обладая неньютоновскими свойствами, могут содержать газожидкостные включения из природного газа или воздуха. Решения этих задач могут использоваться также при изучении динамических процессов, возникающих при передаче информации по гидроканалу, в длинных трубопроводах, в гидротранспорте и энергетике и т. п.

Решая подобные задачи, можно исследовать влияние на прохождение динамических возмущений в длинных каналах нелинейной вязкости и плотности жидкости, их заполняющей, газовых включений с различными газосодержанием и размерами, геометрических размеров, формы сечения канала. Если ограничиться относительно низкими частотами возмущений (менее 10 Гц), то, как показывают теоретические и экспериментальные исследования (например, [1—3]) при моделировании прохождения динамических возмущений в канале, можно использовать систему нестационарной трубной гидродинамики с учетом влияния вязкого трения в квазистационарном приближении [2]:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{\rho c^2}{f} \frac{\partial q}{\partial z}, \quad \frac{\rho}{f} \frac{\partial q}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\tau}{\delta}. \quad (1)$$

В качестве иллюстрации решения уравнений (1) рассмотрим задачу

об определении наличия газированной пачки в кольцевом пространстве газопроявляющей скважины по разнице времени прохождения импульса давления, возбуждаемого на забое специальным устройством, по центральной круглой трубе и кольцевому каналу, образованному этой трубой и стенкой скважины [4]. Разница во времени прохода импульса давления по каналам одинаковой длины возникает за счет замедления его при прохождении газированного столба жидкости. Форма импульса также должна искажаться за счет вязкого трения и наличия границ раздела, на которых происходит частичное его отражение. Такая же задача возникает при изучении процесса передачи забойной информации по гидравлическому каналу связи.

Рассмотрим вертикальный длинный канал длиной L , состоящий из центральной круглой трубы, внутренний диаметр которой D , а внешний D_2 (см. рис. 1, б), по которой вниз подается жидкость с объемным расходом q_0 , с плотностью ρ и реологией, аппроксимируемой степенной моделью с постоянными K и N ($\tau = K\dot{\gamma}^N$). По кольцевому каналу, образованному внешней стенкой центральной трубы и трубой, коаксиальной с ней, диаметром D_1 ,

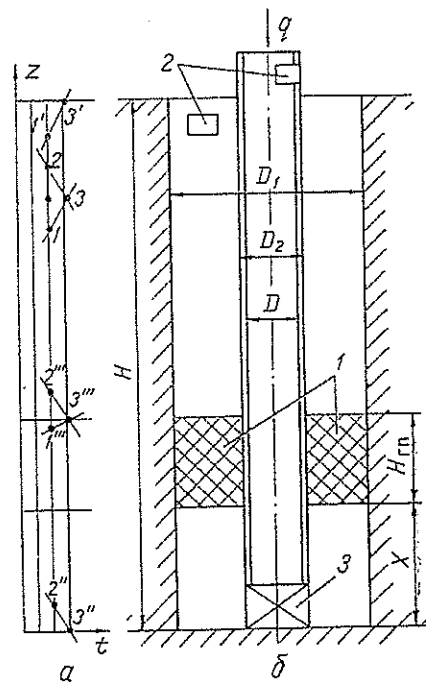


Рис. 1. Расположение характеристик в плоскости (z, t) (а) и общий вид канала с расположением в нем газированной пачки (1), датчиков давления (2) и генератора импульсов (3) (б)

жидкость поднимается на поверхность. Часть кольцевого канала заполнена газированной пачкой длиной $H_{гп}$, с газосодержанием α , причем нижняя ее граница находится на расстоянии X от забоя. Поскольку процессы, связанные с распространением динамических возмущений в канале, несравненно быстротечнее, чем процессы, связанные с переносом жидкости и газа, будем считать положение газированной пачки фиксированным, а газожидкостную смесь — гомогенной. Тогда скорость звука и плотность в гомогенной газожидкостной смеси определяются согласно [5]:

$$c^2 = \left\{ (\alpha \rho_r + (1 - \alpha) \rho_{ж}) \left(\frac{\alpha}{\rho_r c_r^2} + \frac{1 - \alpha}{\rho_{ж} c_{ж}^2} \right) \right\}^{-1}, \quad (2)$$

$$\rho = \alpha \rho_r + (1 - \alpha) \rho_{ж}; \quad \rho_r = \rho_{г0} P / P_{атм}.$$

При газосодержании $\alpha = 0$ (отсутствие газа) $c = c_{ж}$. При газосодержании $\alpha = 1$ (отсутствие жидкой фазы) $c = c_r$. Отметим, что в широком диапазоне газосодержаний скорость звука в газожидкостной смеси может быть меньше c_r и $c_{ж}$. На забое скважины ($z = 0$) расположено специальное устройство, создающее отдельные (или серию) импульсы давления за счет изменения во времени проходного сечения в некотором сечении трубы. При этом можно изменять амплитуду сигнала (ΔP_n^0), его длительность ($\tau_{н1}$, $\tau_{н2}$) и форму (k_1 , k_2) согласно следующему выражению:

$$\Delta P_{\pi}(t) = \begin{cases} \Delta P_{\pi}^0 (t/\tau_{\pi 1})^{k_1} & \text{при } 0 < t < \tau_{\pi 1}, \\ \Delta P_{\pi}^0 \left(1 - \left(\frac{t - \tau_{\pi 1}}{\tau_{\pi 2} - \tau_{\pi 1}}\right)^{k_2}\right) & \text{при } \tau_{\pi 1} < t < \tau_{\pi 2}, \\ 0 & \text{при } t > \tau_{\pi 2}, \end{cases} \quad (3)$$

где $0 < \{k_1, k_2\} < 10$.

Напряжение трения на стенке при ламинарном течении в круглой трубе жидкости, реология которой приближается степенной моделью: $\tau = K(\dot{\gamma}_1)^N = A_1 \delta_1 q^N$, а в кольцевой трубе $\tau = K(\dot{\gamma}_2)^N = A_2 \delta_2 q^N$, где $\dot{\gamma}_1, \delta_1$ — скорость сдвига на стенке и гидравлический радиус центральной трубы, а $\dot{\gamma}_2$ и δ_2 — скорость сдвига и гидравлический радиус кольцевого пространства скважины. Таким образом, система уравнений (1) для рассматриваемой задачи принимает вид

$$\frac{\partial P}{\partial t} = - \frac{\rho c^2}{f_i} \frac{\partial q}{\partial z}, \quad \frac{\partial q}{\partial t} = - \frac{f_i}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial z} + A_i q^N \right), \quad i = 1, 2, \quad (4)$$

где, согласно [4]:

$$A_1 = \frac{4K}{D} \left[\frac{8}{\pi D} \frac{3N+1}{N} \right]^N; \quad (5)$$

$$A_2 = \frac{4K}{D_1 - D_2} \left[\frac{16(2N+1)}{N\pi(D_1 + D_2)(D_1 - D_2)^2} \right]^N;$$

f_i — площадь сечения трубы.

Значения плотности ρ и скорости звука c меняются вдоль канала в зависимости от положения, размера и газосодержания газожидкостной пачки согласно выражениям (2). Граничное условие на входе в центральную трубу соответствует постоянному расходу, т. е. $q(t, L) = q_0$. Граничное условие на выходе из кольцевой трубы имеет вид: $P(t, L) = P_{\text{атм}} \approx 10^5$ Па. За начальное распределение давления и расхода в трубе принималось их распределение, соответствующее стационарному течению с расходом q_0 .

Система дифференциальных уравнений (4), описывающая распространение динамических возмущений в трубах, представляет собой гиперболическую систему, поэтому один из наиболее естественных способов ее решения — метод характеристик [2].

Анализ уравнений (4) указывает на существование в плоскости (z, t) системы двух семейств характеристик с наклоном $\gamma = dz/dt = \pm c$. Таким образом, в той части канала, где находится негазированная жидкость, эти характеристики имеют вид прямых с наклоном, соответствующим $\pm c_{\text{ж}}$ (см. рис. 1, а), а там, где расположена газожидкостная пачка, наклон характеристик определяется соотношением (2). Из точек, соответствующих границам жидкости и газожидкостной пачки, исходят две характеристики с различным наклоном (точки $3'''$, $1'''$, $2'''$, рис. 1, а). Это приводит к необходимости, выбрав постоянный шаг по времени ($T = h/c$), определять различные шаги сетки по $z(h_j)$ в зависимости от того, где находится узел сетки (j). Учитывая, что вдоль характеристики справедливо соотношение

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{dz}{dt},$$

и заменяя частные производные по t через полные дифференциалы в уравнениях (4), можно получить соотношения на характеристиках (индекс i можно опустить):

$$\frac{f}{\rho} dP + cdq + \frac{cA}{\rho} q^N dt = 0, \quad dP - \frac{\rho c}{f} dq - cAq^N dt = 0. \quad (6)$$

Первое соотношение выполняется для характеристики, проходящей через точки 1, 3, а второе — через точки 2, 3 (см. рис. 1, а). Аппроксимируя конечными разностями значения дифференциалов в выражениях (6) (например, $dP = P_3 - P_1$ для первой характеристики), получаем алгебраическую систему относительно давления и расхода в точке 3:

$$\frac{f}{\rho} P_3 + cq_3 = -\frac{Af}{\rho} q_1^N dz + \frac{f}{\rho} P_1 + cq_1; \quad (7)$$

$$P_3 - \frac{\rho c}{f} q_3 = Aq_2^N dz + P_2 - \frac{\rho c}{f} q_2.$$

Таким образом, суть используемого при решении задачи метода характеристик состоит в том, что, зная распределение давления и расхода вдоль всего канала в момент времени t (значения P_1, q_1, P_2, q_2), определяем их значения во времени $t+dt$ (P_3, q_3). В верхних сечениях канала для определения текущих P_3, q_3 используются одна из характеристик и соответствующее граничное условие (точки 1' и 3' на рис. 1, а). В сечениях канала, соответствующих границам жидкости и газожидкостной пачки, а также сечению, где жидкость из центральной трубы поступает в кольцевую трубу ($z=0$), производится согласование решений, т. е. при решении системы (7) значения ρ, c, A, f, h_j подставляются различные, соответствующие месту расположения точек характеристик (например, для точек 1''' и 2''', рис. 1, а).

После определения давления и расхода в момент времени $t+T$ из решения системы (7) для всех точек сетки (j) переходим к следующему шагу по времени и так до тех пор, пока не будет пройден весь интересующий нас временной интервал.

Рассмотрим в качестве примера конкретное решение поставленной задачи для случая, когда на забое при $z=0$ происходит временное частичное перекрытие канала, которое приводит к формированию импульса давления, подчиняющегося выражению (3), причем пусть $\Delta P_n^0 \approx 6 \cdot 10^5$ Па; $\tau_{n2}=1$ с; $\tau_{n1}=0,5$ с; $k_1=0,5$; $k_2=1$. Сформировавшаяся волна сжатия в центральной трубе устремится вверх по каналу и, несколько затухнув за счет вязкого трения, будет зафиксирована через $\Delta t \approx L/c$ датчиком давления 2 (см. рис. 1, б). Волна разрежения, образовавшаяся внизу кольцевого канала, пройдет к устью, ослабленная за счет вязкого трения, а также из-за отражения на нижней и верхней границе газированной пачки, причем датчик давления 2, установленный в нескольких метрах от устья кольцевой трубы, зафиксирует ее с некоторым запаздыванием, вызванным ее замедлением на Δt , возникающем при прохождении вдоль газированной пачки ($\Delta t \approx H_{гп}/c_{гп}$). Решая эту задачу для различных геометрий канала (L, D, D_1, D_2), плотностей и реологии жидкостей (ρ, K, N), размеров ($H_{гп}$), положения (X), газосодержаний (α) и вида газа (c_g, ρ_g) газожидкостной пачки, можно найти оптимальные параметры: амплитуду (ΔP_n^0), длительность (τ_{n1}, τ_{n2}) и форму (k_1, k_2) импульса, который должен быть зафиксирован датчиками на устье канала. При этом, анализируя такие решения, можно лучше понять физику процессов, связанных с распространением, затуханием и отражением на границах волн давления в таком сложном канале. На данной математической модели можно также, задавшись чувствительностью и частотными характеристиками датчиков, определить место их расположения, минимальные по длине и газосодержанию фиксируемые (по Δt) газированные пачки, точность метода в зависимости от параметров импульса и модели. Отметим, что для плоских гармонических волн отражение от границ зависит от соотношения волновых сопротивлений ($\rho_i c_i$), так как коэффициент отражения равен [6]:

$$K_{отр} = \frac{(\rho c)_1 - (\rho c)_2}{(\rho c)_1 + (\rho c)_2} \quad (8)$$

Определяя значения $(\rho c)_i$, по соотношениям (2) можно оценить коэффициент отражения, который для реальных параметров рассматриваемой модели изменяется от 0,5 до 0,95.

Итак, рассмотрим некоторые результаты расчетов, полученные для конкретной модели со следующими параметрами:

$L=1500$ м; $D_1=0,204$ м; $D_2=0,114$ м; $D=0,094$ м; $\rho_{ж}=1100$ кг/м³; $K=0,287$; $N=0,72$; $\rho_{го}=1,28$ кг/м³; $\alpha=0,1$; $X=500$ м; $H_{гп}=150$ м; $c_{ж}=1350$ м/с; $c_{г}=350$ м/с. Параметры возбуждаемого на забое при $z=0$ импульса давления описаны выше.

На рис. 2 приведены распределения давления, полученные из решения задачи. Из рис. 2, а видно, что два импульса давления, возникшие в результате создания в нижнем сечении трубы ($z=0$) временного локального сопротивления, к моменту $t=0,75$ с отошли от забоя примерно на

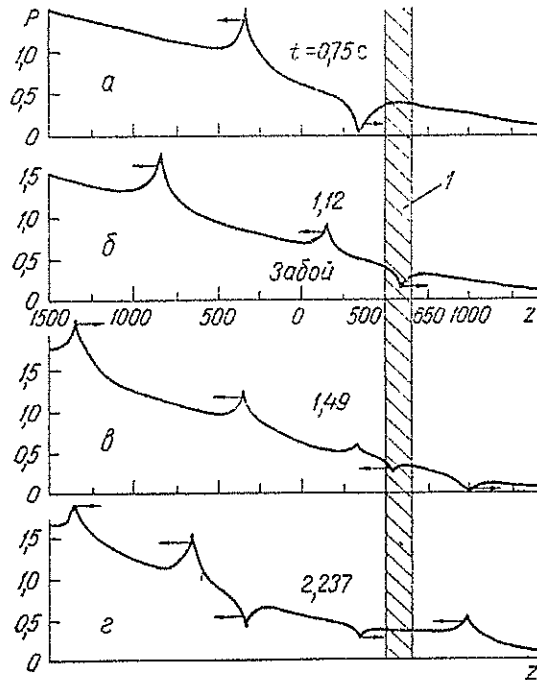


Рис. 2. Распределение давления вдоль канала в различные моменты времени; 1 — газированная пачка. P , МПа; z , м

350 м. Но так как поток жидкости имеет направление вниз по центральной трубе, в ней возникает волна сжатия, а в кольцевой трубе волна разряжения. Из рис. 2, б, где приведено распределение давления в канале при $t=1,12$ с, видно, что волна разряжения, пройдя через нижнюю границу газожидкостной пачки, частично отразилась от нее, причем отраженная волна (2) давления является волной сжатия, так как коэффициент отражения для этой границы, вычисленный по (8), отрицательный. Отметим также, что расстояние, пройденное прошедшей волной (3) в газожидкостной пачке (l_1), меньше расстояния, пройденного отраженной волной (l_2), причем $l_1/l_2 \approx c/c_{ж}$ (c , определенная по формуле (2), равна ~ 395 м/с). Волна сжатия (1), образовавшаяся первоначально при срабатывании клапана, продолжает двигаться к устью центральной трубы со скоростью $c_{ж}$. Максимум импульса образуется через $\sim 0,5$ с после начала действия клапана, поэтому, как следует из рис. 2, б, этот импульс в настоящий момент находится на расстоянии $(1,12-0,5) \times 1350 \approx 840$ м от забоя.

На рис. 2, в ($t=1,49$ с) общее число образовавшихся внутри канала импульсов возросло. Волны сжатия в центральной трубе двигаются к устью, соответствуют импульсам, связанным со срабатыванием клапана и отражением от нижней границы газожидкостной пачки.

Третий импульс (рис. 2, в) представляет собой волну сжатия, которая образовалась в результате частичного отражения от забоя импульса, возникшего при отражении от нижней границы пачки, поэтому второй и третий импульсы находятся на равных расстояниях от забоя и двигаются в противоположные стороны. Четвертый и пятый импульсы, представляющие собой волны разряжения, образовались при прохожде-

нии и отражении первоначального импульса в кольцевой трубе через верхнюю границу газожидкостной пачки. Причем, так как четвертый импульс появился в результате отражения от этой границы, коэффициент отражения которой положительный, он представляет собой, так же как и прошедший импульс, волну разряжения. Все рассмотренные импульсы давления согласуются по времени и скорости. Так, первый, второй и третий импульсы сместились в жидкости (по сравнению с распределением давления в предыдущем моменте времени $\Delta t \approx 0,37$ с) на расстояние $l = 0,37 \cdot 1350 \approx 500$ м, причем третий прошел ~ 150 м к забою, а

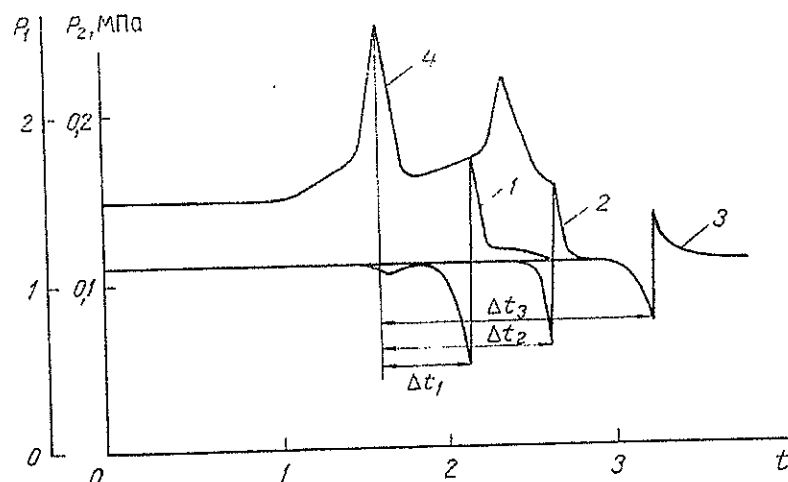


Рис. 3. Изменение давления на устье центральной трубы (P_1) и кольцевого канала (P_2) во времени при различных длинах газированных пачек (H_{rn}) ($X=500$ м; $\alpha=0,5$): 1 — P_2 при $H_{rn}=150$ м; 2 — 300; 3 — 450; 4 — P_1 при любом H_{rn}

потом, после отражения ~ 350 м — в противоположном направлении. Четвертый импульс прошел в газированной пачке за это же время $l = 0,37 \cdot 395 \approx 140$ м, причем сначала по направлению к границе, а затем после отражения от нее. Пятый импульс давления прошел за это же время ~ 50 м в газожидкостной пачке, 400 м в кольцевой трубе, т. е. суммарное время его движения приблизительно равно $\Delta t = 50/395 + 400/1350 \approx 0,4$ с. Распределение давления вдоль канала через время $t = 2,237$ с изображено на рис. 2, и носит еще более сложный характер из-за многочисленных отражений на границах и забое. Отметим здесь только основные закономерности. Первый и второй импульсы, представляющие собой волны сжатия, движущиеся в центральной трубе, связаны с возникновением отражения от нижней границы газожидкостной пачки и от устья центральной трубы (2). Отметим, что они двигаются в противоположные стороны и первый импульс меньше второго по амплитуде. Третий импульс является волной разряжения, возникающей при отражении от верхней границы газожидкостной пачки. При прохождении его через забой ($z=0$) произошло частичное его отражение, этим объясняется то, что четвертый и третий импульсы находятся на одинаковом расстоянии от забоя и двигаются в противоположных направлениях. Пятый импульс представляет собой волну сжатия, возникшую при отражении волны разряжения от свободной поверхности на устье кольцевой трубы.

В дальнейшем картина распределения давления вдоль канала имеет тенденцию к появлению еще большего количества импульсов, возникающих за счет переизлучений на границах, с одной стороны, и к их постепенному затуханию, с другой. Причем скорость затухания зависит от реологии жидкости и для реальных вязких жидкостей происходит полное затухание за 10—20 с после начала процесса.

Как показали расчеты на принятой модели, при изменении вязкости

жидкости в два раза (для $K=0,574$) амплитуда пришедшего на устье канала импульса давления $\Delta P_1(t)$ уменьшилась от 1,05 до 0,6 МПа.

Отметим, что импульсы, связанные с прохождением волн давления, возникшие при срабатывании клапана, по центральной и кольцевой трубе позволяют фиксировать наличие газированной пачки по величине времени запаздывания Δt . На рис. 3 представлены результаты расчетов на данной модели для различных длин газожидкостной пачки при газосодержании $\alpha=0,5$, которые хорошо иллюстрируют суть метода [4] и согласуются с экспериментальными кривыми, проводимыми там.

Из проведенных на ЭВМ многочисленных расчетов для различных параметров рассмотренной математической модели процесса распространения динамических возмущений в канале можно сделать следующие выводы.

1. Импульс давления порядка нескольких атмосфер и длительностью от десятых долей до единиц секунд пробегает от 10 до 20 тыс. м в длинном канале, заполненном вязкой неньютонской жидкостью, прежде чем полностью затухнет. Причем время затухания зависит от вязкости жидкости и сечения канала.

2. Волну давления легче фиксировать с того конца канала, где поддерживается давление для нагнетания жидкости, и труднее (требуется датчик большей чувствительности) вблизи свободной поверхности жидкости на устье кольцевой трубы. Причем в этом случае необходимо углубить датчик, расположив его дальше от этой поверхности.

3. Наличие газожидкостной пачки в канале уменьшает амплитуду дошедшего до устья сигнала, так как кроме затухания за счет вязкого трения происходит его дополнительное ослабление за счет отражения на двух границах раздела. Причем с повышением газосодержания из-за увеличения коэффициента отражения этот эффект усиливается.

4. При прохождении импульса давления через границу двух сред в случае, когда волновое сопротивление (ρc) второй среды ниже (нижняя граница пачки, свободная поверхность), отраженная волна давления изменяет знак, а скорости не меняет. В случае, когда волновое сопротивление второй среды выше (верхняя граница пачки, забой, устье центральной трубы), отраженная волна давления сохраняет знак, а скорости — изменяет его на противоположный.

5. Прошедший импульс давления всегда сохраняет знак пришедшей волны, причем величины амплитуд для импульсов давления и скоростей пришедшей, прошедшей и отраженной от границы сред волн такие, что удовлетворяются условия равенства суммарных давлений и нормальных составляющих скоростей на границе.

Обозначения

$P(z, t)$ — давление в канале; $q(z, t)$ — объемный расход жидкости; ρ — плотность жидкости; c — скорость распространения динамических возмущений во флюиде; τ — напряжение вязкого трения; $\delta=f/l$ — приведенный гидравлический радиус трубы; f — сечение канала; l — периметр сечения канала; α — газосодержание; $\rho_g, \rho_{ж}$ — плотность газа и жидкости; $c_g, c_{ж}$ — скорость звука в газе и жидкости; $\rho_{г0}$ — плотность газа при атмосферных условиях (при $P=P_{атм}$); K, N — константы степенной реологической модели жидкости; $K_{отр}$ — коэффициент отражения; L — длина канала; X — расстояния от забоя до нижней границы пачки; D, D_2 — внутренний и внешний диаметры трубы; D_1 — внутренний диаметр внешней трубы кольцевого канала; $H_{гн}$ — высота газированной пачки.

Summary

The problem has been stated and solved numerically on the propagation of dynamic disturbances in a long axis-symmetric channel with a non-Newtonian fluid moving and having a gased homogeneous pack. The method of characteristics is used as the algorithm for problem solution. A particular example is given to analyse the pressure distribution in the channel due to the distribution, damping and reflection of the compression and rarefaction waves in the channel.

$$\frac{\eta u^2}{T\lambda} = \varepsilon = a_{\text{ш}} + b_{\text{ш}}\rho. \quad (2)$$

Было также установлено [2], что комплекс Лыкова на изотермах линейно зависит от скорости звука

$$\kappa = \sqrt{\lambda c_p \rho} = a_{\text{л}} + b_{\text{л}}u. \quad (3)$$

Если учесть формулу коэффициента теплопроводности

$$\lambda = \frac{(a_{\text{л}} + b_{\text{л}}u)^2}{c_p \rho} = \frac{\kappa^2}{c_p \rho}, \quad (4)$$

полученную из соотношения (3), для коэффициента динамической вязкости будем иметь

$$\eta = \frac{\varepsilon T}{u^2} \frac{(a_{\text{л}} + b_{\text{л}}u)^2}{c_p \rho} = \frac{\varepsilon T}{u^2} \frac{\kappa^2}{c_p \rho} = \frac{\omega^2}{c_p \rho}, \quad (5)$$

где ω — некоторый комплекс, устанавливающий связь между коэффициентом динамической вязкости и объемной теплоемкостью подобно тепловой активности κ ;

$$\omega = \sqrt{\eta c_p \rho} = \frac{\sqrt{\varepsilon T}}{u} (a_{\text{л}} + b_{\text{л}}u). \quad (6)$$

Соотношение между коэффициентами κ и ω на изотермах, согласно (5), можно представить так:

$$\frac{\kappa}{\omega} = \sqrt{\frac{\lambda}{\eta}} = \sqrt{\frac{u}{\varepsilon T}}. \quad (7)$$

Далее, при учете зависимости $\eta/\lambda = \text{Pr}/c_p$ формулу (2) запишем в виде

$$\text{Pr} = \varepsilon \frac{T c_p}{u^2}. \quad (8)$$

Установлено, что изотермы критерия Прандтля в зависимости от плотности жидкостей меняются по линейному закону

$$\text{Pr} = a + b\rho. \quad (9)$$

Надо полагать, что предложенные формулы окажутся справедливыми и для других жидкостей.

Литература

1. Мамедов А. М. О формуле Широкова, связывающей переносные свойства со скоростью звука. — ИФЖ, 1981, т. 40, № 2, с. 332—335.
2. Мамедов А. М. О зависимости между теплопроводностью, скоростью звука и изобарной теплоемкостью жидкостей. — ИФЖ, 1980, т. 35, № 2, с. 311—314.

Статья депонирована в ВИНТИ 01.10.81, рег. № 4663—81 Деп. (Статья поступила в редакцию 28.07.81, аннотация — 21.09.81. Полный текст 0,25 а. л., библиогр. 8 назв.)

УДК 536.242

С. Д. Цейтлин, Л. Ю. Ерохин

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛООВОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ НА ДИНАМИКУ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ ПРОМЫВКЕ СКВАЖИНЫ

Численно решена нестационарная осесимметричная задача теплообмена между окружающими вертикальную произвольной конструкции скважину породами и циркулирующей в ней промывочной жидкостью с учетом изменения с глубиной геометрического градиента, теплофизических параметров прилегающих пород с зависимостью коэффициентов теплоотдачи от температуры, геометрии каналов и реологии жидкости. Для этого вся длина исследуемого канала разделялась на отрезки, в пределах которых площадь сечения скважины и буровых труб, а также теплофизические свойства прилегающих к ней пластов и реология бурового раствора считались неизменными. Для каждого та-

кого участка в ряде принимаемых допущений справедлива следующая система дифференциальных уравнений, описывающая процесс теплообмена [1]:

при $t \geq 0$, $0 < z < L$, $0 < r < R_1$

$$\pi R_1^2 \frac{\partial T_1}{\partial t} + \pi R_1^2 \omega_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = \frac{k}{c\rho} 2\pi R_1 (T_2 - T_1); \quad (1.1)$$

при $t > 0$, $0 < z < L$, $R_1' < r < R$

$$\begin{aligned} \pi (R^2 - R_1'^2) \frac{\partial T_2}{\partial t} - \pi (R^2 - R_1'^2) \omega_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} &= \frac{k}{c\rho} 2\pi R_1 (T_1 - T_2) + \\ &+ \frac{h}{c\rho} 2\pi R (T_3|_{r=R} - T_2); \end{aligned} \quad (1.2)$$

при $t > 0$, $0 < z < L$, $R < r < R_0$

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_3}{\partial r} \right); \quad (1.3)$$

при $t > 0$, $0 < z < L$, $r = R$

$$2\pi R h (T_3|_{r=R} - T_2) = 2\pi R \lambda \frac{\partial T_3}{\partial r} \Big|_{r=R}. \quad (1.4)$$

Начальные и граничные условия задачи принимались в следующем виде:

$$T_1 = T_1^*(z) \text{ при } (t = 0, 0 \leq z \leq L);$$

$$T_2 = T_2^*(z) \text{ при } (t = 0, 0 \leq z \leq L);$$

$$T_3 = T_3^*(z, r) \text{ при } (t = 0, 0 \leq z \leq L, R \leq r \leq R_0);$$

$$T_1(z=0) = T_0(t) \text{ при } (t > 0);$$

$$T_1 = T_2 \text{ при } (t > 0, z = L);$$

$$T_3|_{r=R_0} = T_3^*(z, r=R_0) \text{ при } (t > 0, 0 \leq z \leq L).$$

«Сшивание» решений по длине производилось из условий сохранения массы бурового раствора и потока тепла. В качестве численного алгоритма использовалась итерационная схема, точность которой оценивалась на решении тестовой задачи, взятой из [1]. Для сравнения с экспериментом использовались данные, приводимые в этой же работе.

В качестве примера проводились расчеты теплообмена для нескольких вариантов реальных скважин сложной конфигурации.

Показано, что расчет теплообмена таких скважин по методике [1], когда все исходные переменные усредняются по длине канала, приводит к погрешности $\sim (10-15)\%$, что может не удовлетворять требованиям, предъявляемым при проводке глубоких эксплуатационных и разведочных скважин.

Обозначения

T_1, T_2 — соответственно температура жидкости в трубе и кольцевом пространстве; T_3 — температура в породах, окружающих скважину; ω_1 и ω_2 — средние скорости движения жидкости в буровых трубах и кольцевом пространстве; ρ, c — удельная плотность и удельная теплоемкость жидкости; k и h — коэффициенты теплопередачи между потоками в буровых трубах и кольцевом пространстве и между потоками в кольцевом пространстве и породой; χ, λ — коэффициенты теплопроводности и теплопроводности окружающих скважину пород; R_1, R_1' — внутренний и внешний радиусы буровой трубы; $R(z)$ — радиус скважины; $R_0(z)$ — расстояние от оси скважины до зоны, температура которой остается невозмущенной и равна естественной температуре пород на данной глубине.

Литература

1. Астрахан И. М., Марон В. И. Нестационарный теплообмен при промывке скважины. — ПМТФ, 1969, № 1, с. 148—152.

Статья депонирована в ВИНТИ 01.10.81, рег. № 4659—81 Деп. (Статья поступила в редакцию 24.06.81, аннотация — 04.09.81. Полный текст 0,45 а. л., библиогр. 6 назв.)

С. Д. Цейтлин

ТРЕХТОЧЕЧНАЯ РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ

В работе рассматривается трехточечная модель вязкопластичной жидкости, которая, с одной стороны, проходя через три наиболее характерные точки кривой течения, лучше бингамовской модели, а с другой, обладает простотой окончательного выражения, связывающего величину потерь давления на трение в круглой трубе с объемным расходом, геометрией канала и реологией текущей в ней жидкости.

Если известна кривая течения вязкопластичной жидкости в виде

$$\dot{\gamma} = \frac{du}{dr} = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < \tau_0, \\ f(\tau) & \text{при } \tau \geq \tau_0, \end{cases} \quad (1)$$

то, выбрав три характерные точки кривой течения (1) $(0, \tau_0)$, $(\dot{\gamma}_1, \tau_1)$, $(\dot{\gamma}_2, \tau_2)$, в интервале $(0, \dot{\gamma}_2)$ аппроксимируем выражение (1) квадратической зависимостью

$$\dot{\gamma} = -\dot{\gamma}_0 + b_1\tau + b_2\tau^2 \quad \text{при } \tau > \tau_0. \quad (2)$$

Можно легко найти выражение коэффициентов $\dot{\gamma}_0$, b_1 , b_2 через выбранные величины τ_0 , τ_1 , τ_2 , $\dot{\gamma}_1$, $\dot{\gamma}_2$:

$$b_1 = \frac{\dot{\gamma}_1(\tau_2^2 - \tau_0^2) - \dot{\gamma}_2(\tau_1^2 - \tau_0^2)}{(\tau_1 - \tau_0)(\tau_2^2 - \tau_0^2) - (\tau_2 - \tau_0)(\tau_1^2 - \tau_0^2)}, \quad (3)$$

$$b_2 = \frac{\dot{\gamma}_2(\tau_1 - \tau_0) - \dot{\gamma}_1(\tau_2 - \tau_0)}{(\tau_1 - \tau_0)(\tau_2^2 - \tau_0^2) - (\tau_2 - \tau_0)(\tau_1^2 - \tau_0^2)},$$

$$\dot{\gamma}_0 = b_1\tau_0 + b_2\tau_0^2.$$

Используя выражение для объемного расхода [1]

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_{\tau_0}^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (4)$$

и выражение (2), можно получить формулу

$$\frac{Q}{\pi R^3} + \frac{\dot{\gamma}_0}{3} = \frac{\tau_0^4}{\tau_w^3} \left(\frac{b_1}{12} + \frac{2b_2\tau_0}{15} \right) + \frac{b_1}{4} \tau_w + \frac{b_2}{5} \tau_w^2. \quad (5)$$

Так как $\tau_w > \tau_0$ во всем диапазоне возможных скоростей сдвига, первый член правой части всегда много меньше суммы второго и третьего:

$$\left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^3 \frac{\tau_0}{12} < \frac{\tau_w^2}{4},$$

$$\left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^3 \frac{2\tau_0}{15} < \frac{\tau_w^2}{5}. \quad (6)$$

Будем искать приближенное решение уравнения (5) в виде

$$\tau_w = \tau_w^0 + \Delta, \quad (7)$$

где $\Delta \ll \tau_w^0$, а τ_w^0 — решение уравнения (5) без первого члена правой части, которое легко находится как корень квадратного уравнения

$$\tau_w^0 = \frac{-\frac{b_1}{4} + \sqrt{\left(\frac{b_1}{4}\right)^2 + \frac{4}{5} b_2 \left(\frac{Q}{\pi R^3} + \frac{\dot{\gamma}_0}{3} \right)}}{\frac{2}{5} b_2}. \quad (8)$$

А. А. Яншин, Ю. А. Попов, С. Д. Цейтлин

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ДВУСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ НАГРЕВЕ ПОДВИЖНЫМ ИСТОЧНИКОМ В ПРИСУТСТВИИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА СЛОЕВ

Решена нестационарная двумерная задача теории теплопроводности в двуслойной пластине с участком отслоения при нагреве одной из поверхностей подвижным нормально-распределенным источником.

Для исследования параметров, обеспечивающих наиболее эффективное определение качества изделий активным тепловым методом, рассмотрена нестационарная двумерная задача теплопроводности для двуслойной пластины с дефектом в виде участка отслоения на границе слоев при нагреве одной поверхности пластины подвижным нормально-распределенным источником.

Постановка задачи. Идеализированная модель, с хорошей точностью описывающая основные физические процессы при тепловом контроле, представляет собой двуслойную пластину длиной L (рис. 1), толщиной $H_1 + H_2$, состоящую из двух слоев материалов с плотностью ρ_1 и ρ_2 , удельной теплоемкостью c_1 и c_2 и теплопроводностью λ_1 и λ_2 . Однородные слои имеют всюду идеальный тепловой контакт (в плоскости $y = H_1$), который нарушается на некотором расстоянии от края (от $x = x_1$ до $x = x_1 + D$), где расположена бесконечно тонкая изолирующая прослойка размером D . Над верхней поверхностью пластины движется со скоростью v тепловой источник, который обеспечивает прохождение через эту поверхность теплового потока с некоторым распределением

$$q = q_0 \exp[-k(x_0 + x - vt)^2]. \quad (1)$$

Выбор такого распределения теплового потока от источника в тело отвечает реальным условиям теплового контроля двуслойных изделий в режиме сканирования их поверхности. В этом случае жестко связанные

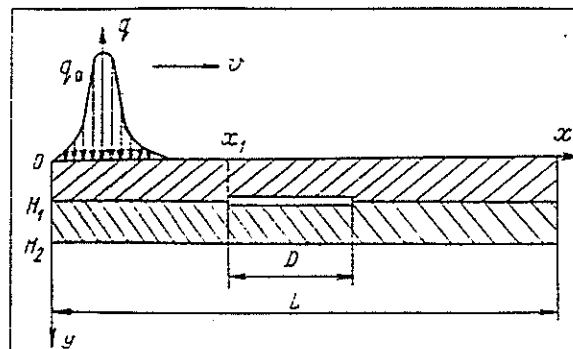


Рис. 1. Рассматриваемая модель двуслойной пластины с областью отслоения

между собой источник и радиометр перемещаются с постоянной скоростью вдоль поверхности изделия. В силу ряда особенностей теплового контроля в большинстве случаев нагрев осуществляется протяженным полосовым источником, при этом для реально применяемых источников распределение теплового потока в тело в направлении сканирования описывается нормальным законом [1]. Перемещающийся вслед за источником радиометр регистрирует температурный профиль нагреваемой или противоположной поверхности изделия. Имеющиеся в изделии дефекты выявляются по аномалиям регистрируемого температурного распределения поверхности.

Основное уравнение, описывающее распределение в подобном теле, в декартовой системе координат (x, y, t) имеет вид

$$c(x, y) \rho(x, y) \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda(x, y) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda(x, y) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (2)$$

при x, y , принадлежащих области $G = (0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq H_1 + H_2)$.

Граничные условия имеют вид

$$\frac{\partial T}{\partial p} = f(x, y, t) \quad (3)$$

при x, y , принадлежащих граничным точкам $(\bar{G}/G)$.

На границе раздела двух сред (за исключением участка дефекта) должно выполняться условие

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_1 = \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_2 \quad \text{при } T_1 = T_2. \quad (4)$$

На участке дефекта полагаем условие идеальной изоляции

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_1 = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_2 = 0. \quad (5)$$

Функцию $f(x, y, t)$ представляем в виде

$$f(x, y, t) = \begin{cases} 0 & \text{всюду на границе, кроме} \\ & 0 \leq x \leq L, y = 0; \\ \frac{q_0}{\lambda_1} \exp[-k(x_0 + x - vt)^2] & \text{при } 0 \leq x \leq L, y = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Такие граничные условия отражают процесс нагрева контролируемого изделия источником, перемещающимся вдоль поверхности со скоростью v , с нормальным распределением потока в изделии, что соответствует реальному процессу теплового контроля широкого класса двуслойных изделий. При решении задачи теплообменом тела с окружающей средой на остальных участках пренебрегаем.

В качестве начального выбиралось условие

$$T(x, y, t = 0) = T^0 = \text{const.}$$

В нашем случае предполагалось $T^0 = 0$.

Численный алгоритм решения задачи. Рассматриваемая задача решалась численно. В качестве численного алгоритма для реализации решения задачи на ЦВМ был применен метод дробных шагов, локально-одномерная схема [2, 3]. При этом пространство (x, y, t) заменялось сеточным пространством $\omega_h(ih_1, jh_2, tn)$, а непрерывная искомая функ-

водности, плотность и удельная теплоемкость представлены в нашем случае кусочно-непрерывными функциями координат $\{[\lambda(x, y), \rho(x, y), c(x, y)] \in Q^0\}$, то для численного решения необходимо было выбрать дивергентную схему, т. е. схему, которая не нарушала бы из-за разрыва функций $\lambda(x, y)$, $\rho(x, y)$, $c(x, y)$ законы сохранения рассматриваемого явления.

После обезразмеривания уравнения (2), расщепления, согласно выбранной счетной схеме, и замены его разностным аналогом [3] задача сводилась к решению алгебраической системы

$$\frac{T_{ij}^{n+1/2} - T_{ij}^n}{\tau} = \kappa_{ij} \frac{T_{i-1,j}^{n+1/2} - 2T_{ij}^{n+1/2} + T_{i+1,j}^{n+1/2}}{h_1^2},$$

$$\frac{T_{ij}^{n+1} - T_{ij}^{n+1/2}}{\tau} = \frac{1}{h_2} \left(a_{i,j+1} \frac{T_{i,j+1}^{n+1} - T_{ij}^{n+1}}{h_2} - a_{ij} \frac{T_{ij}^{n+1} - T_{i,j-1}^{n+1}}{h_2} \right), \quad (7)$$

где $a_{ij} = \left[\frac{1}{h_2} \int_{i,j-1}^{i,j} \frac{dy}{\kappa(x, y)} \right]^{-1},$

$\kappa(x, y)$ — коэффициент температуропроводности, $T_{ij}^{n+1/2}$ — значение температуры в точке сетки (ih_1, jh_2) в момент времени $t_n + \frac{1}{2} \tau$.

Группируя члены уравнений (7), можно представить их в виде алгебраической системы уравнений

$$A_{ij} T_{i-1,j}^{n+1/2} - B_{ij} T_{ij}^{n+1/2} + C_{ij} T_{i+1,j}^{n+1/2} = -D_{ij},$$

$$E_{ij} T_{i,j-1}^{n+1} - F_{ij} T_{ij}^{n+1} + G_{ij} T_{i,j+1}^{n+1} = -I_{ij}, \quad (8)$$

где

$$A_{ij} = \frac{\kappa \tau}{h_1^2}; \quad B_{ij} = \frac{2\kappa \tau}{h_1^2}; \quad C_{ij} = A_{ij}; \quad D_{ij} = T_{ij}^n;$$

$$E_{ij} = \frac{a_{ij} \tau}{h_2^2}; \quad F_{ij} = \frac{\tau}{h_2^2} (a_{i,j+1} + a_{ij}); \quad G_{ij} = \frac{a_{i,j+1} \tau}{h_2^2}; \quad I_{ij} = T_{ij}^{n+1/2}.$$

Решение системы (8) осуществлялось стандартным методом прогонки, причем направление прогонки поочередно менялось.

Выбранная схема позволяет получить точность решения численной задачи

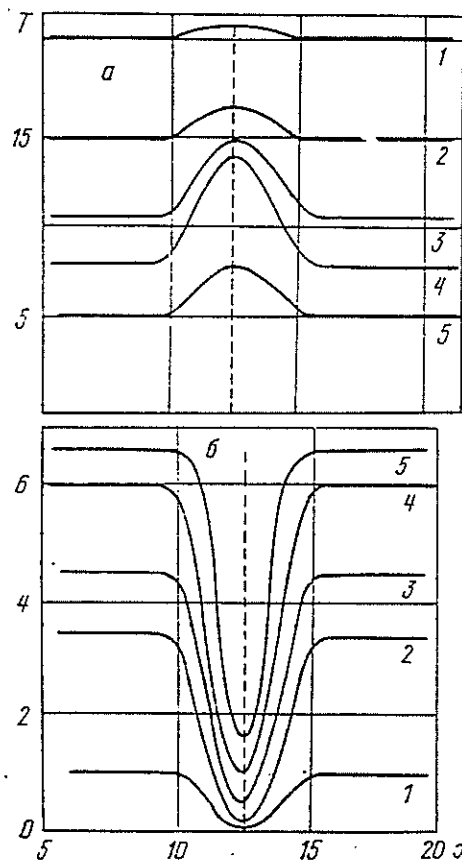
$$\varepsilon(x, y) \approx \|T(x, y, t) - T_{ij}^n\|_G = A(h_1^2 + \tau),$$

где A находится, например, методом дробления шага h или с помощью априорной оценки [3].

Расчеты проводились при различных значениях $L, H_1, H_2, D, \lambda_i, c_i, \rho_i, q_0, k, v, x_0$. Например, в одном из случаев было принято $L = 25 \text{ см}; H_1 = H_2 = 0,5 \text{ см}; D = 1,0 \text{ см}; \lambda_1 = 0,41 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}; \rho_1 = 1,84 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; c_1 = 1,44 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}; \lambda_2 = 0,22 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}; \rho_2 = 1,12 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3; c_2 = 1,43 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг} \cdot \text{град}; q_0 = 3,0 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2; v = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ м/сек}; k = 1,0 \cdot 10^3 \text{ м}^{-2}; x_0 = -4 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$

При рассмотрении случая теплового контроля двуслойных изделий с помощью ИК радиометра, жестко закрепленного относительно подвижного источника, что представляет собой один из наиболее эффективных

способов контроля [1], необходимо анализировать распределение температуры в подвижной системе координат, начало которой находится в центре пятна нагрева. Подобные распределения на нагреваемой поверхности в описанном выше случае представлены на рис. 2, а для точек подвижной оси абсцисс, удаленных на различное расстояние задержки L' относительно центра пятна нагрева.



Оценивая условия выявляемости отслоения при одностороннем расположении источника и радиометра от изделия по критерию $A_1 = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T_1 - T_0}{T_0}$ (T_1 — температура поверхности над участком отслоения, T_0 — температура поверхности над бездефектными участками) (рис. 3), находим, что наиболее эффективное выявление отслоения при рассмотренных параметрах теплового контроля возможно тогда, когда время задержки $\tau_3 = L'/v$ составляет около 200 сек.

Рис. 2. Температурные профили на поверхности пластины, получаемые в подвижной системе координат при различных значениях времени задержки τ_3 (T , °C; x , см); а — случай нагреваемой поверхности: 1 — $\tau_3 = 20$, 2 — 40, 3 — 80, 4 — 160, 5 — 380 сек; б — случай противоположной поверхности: 1 — $\tau_3 = 40$, 2 — 80, 3 — 120, 4 — 170, 5 — 200 сек

Подобные температурные профили, рассчитанные для случая двустороннего контроля, т. е. при расположении радиометра по другую сторону изделия от источника тепловой энергии, представлены на рис. 2, б для различных τ_3 . Оценивая условия выявляемости дефектов в этом случае

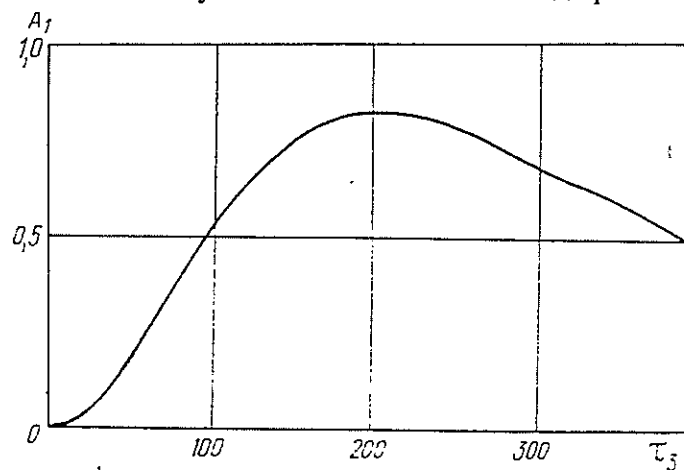


Рис. 3. Зависимость критерия выявляемости $A_1 = \frac{\Delta T}{T} = \frac{L}{v} \tau_3$ для нагреваемой поверхности от времени задержки $\tau_3 = \frac{L}{v} (\tau_3, \text{сек})$

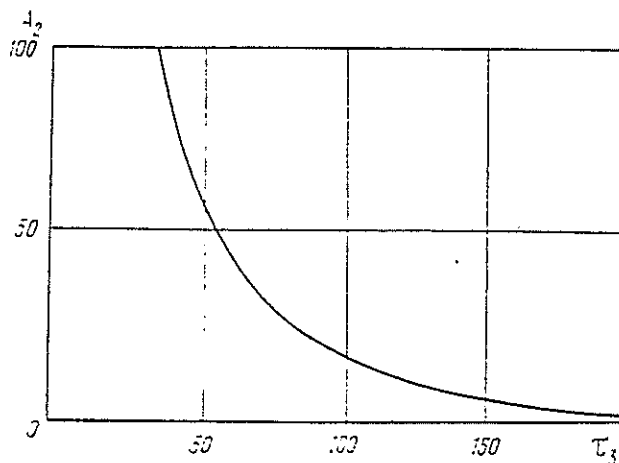


Рис. 4. Зависимость критерия выявляемости A_2 для поверхности, противоположной нагреваемой, от времени задержки τ_3 (τ_3 , сек). $A_2 = \frac{|\Delta T|}{T - |\Delta T|}$

по критерию $A_2 = \frac{|\Delta T|}{T_0 - |\Delta T|}$ (рис. 4), получили, что выявляемость дефектов улучшается при условии $\tau_3 \rightarrow 0$.

Результаты анализа показывают, что как при одностороннем, так и при двустороннем контроле выявляемость дефектов улучшается с ростом коэффициента сосредоточенности источника (рис. 3, 4).

Результаты решения задачи позволяют проводить анализ для контролируемых изделий с различными теплофизическими характеристиками компонентов, с изменением толщины каждого из слоев и размеров дефекта. Проводя расчет при условиях $v=0$, $x_0 = -\frac{L}{2}$ и $k=0$, получаем возможность анализировать возможности контроля в случае равномерно-распределенного нагрева изделия, что представляет интерес при регистрации температурного поля быстродействующим тепловизором и прибором «Термопрофиль».

Обозначения

x и y — прямоугольные координаты; t — время; q — удельный тепловой поток; q_0 — максимальный удельный тепловой поток; k — коэффициент сосредоточенности потока; x_0 — абсцисса начального положения источника; T — температура; p — нормаль к поверхности.

Nomenclature

x and y , rectangular coordinates; t , time; q , specific heat flux; q_0 , maximum specific heat flux; k , flow localization coefficient; x_0 abscissa of the initial source position; T , temperature; p , normal to the surface.

Figure Captions

Fig. 1. A model for a two-layer plate with a separation zone.

Fig. 2 Temperature profiles on plate surfaces in a movable coordinate system with different values of delay τ_3 time; a , heated surface; b , opposite surface.

Fig. 3. Criterion $A_1 = \frac{\Delta T}{T}$ for a heated surface as a function of delay time, τ_3 , sec.

Fig. 4. Criterion A_2 for a surface opposite to a heated one, as a function of delay τ_3 time, τ_3 , sec.

Summary

The unsteady two-dimensional heat-conduction problem is solved in a two-layer plate with a separated section under heating of one of the surfaces by a moving normal-distributed source.

Литература

1. Карпельсон А. Е., Попов Ю. А., Упадышев А. Б. Дефектоскопия, № 2, 1975.
2. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. М., «Наука», 1967.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.

[30.IX 1975 г.]

Московский институт электронного машиностроения

Толщина теплового пограничного слоя $q(\xi)$ находится по зависимости

$$q = (C\xi)^{7/15}, C = \frac{105n_1(n_1+1)(n_1+2)}{8(6n_1+13)} \quad (7)$$

Расчеты по (3) и (4) сопоставлены с известными экспериментальными данными и установлено их удовлетворительное согласование. Найдено, что термический начальный участок уменьшается с увеличением Re и возрастает с увеличением Pr . При расчетах по (5) и (6) δ^+ вычислялась по соотношению $\delta^+ = 0,167 Re^{7/8}$, а для δ_0^+ использовано два значения: 7,8 и 11,6.

Обозначения

$\theta = (t - t_n) / (t_c - t_n)$ — безразмерная температура; $\xi = x / (\delta Re_i Pr)$, $\eta = y / \delta$ — безразмерные координаты; δ — средняя толщина пленки; $Re_i = u_i \delta / \nu$, $Re = u_{cp} \delta / \nu$ — числа Рейнольдса жидкости; Pr — число Прандтля; $\delta^+ = u_* \delta / \nu$, $\delta_0^+ = u_* \delta_0 / \nu$ — безразмерные толщины пленки и вязкого подслоя; u_* — динамическая скорость; $Nu = \alpha \delta / \lambda$; α — локальный коэффициент теплоотдачи. Индексы: n — начальный; c — стенка; l — свободная поверхность пленки; cp — средний.

Литература

1. Собин В. М. Теплообмен в стекающей пленке жидкости на термическом начальном участке. — ИФЖ, 1980, т. 39, № 4, с. 592—596.

Статья депонирована в ВИНТИ 17.08.81, рег. № 4046—81 Деп. (Статья поступила в редакцию 25.03.81, аннотация — 01.07.81. Полный текст 0,4 а. л., библиогр. 15 назв.)

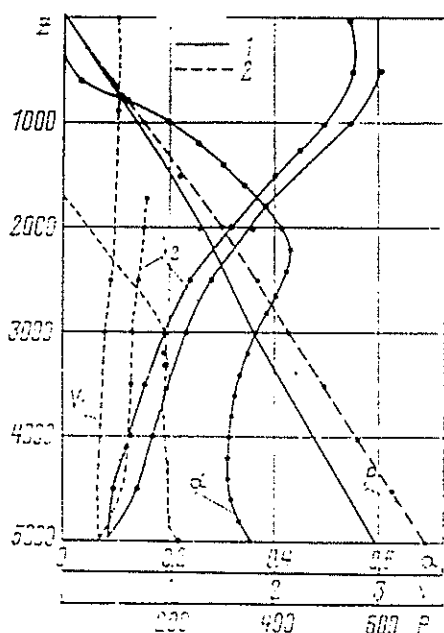
УДК 532.529.5

С. Д. Цейтлин

КВАЗИСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В ДЛИННОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЯ

Построена численная одномерная квазистационарная модель, описывающая течение двухфазной жидкости в бурящейся скважине с учетом относительного дрейфа фаз, размера диаметра проходного сечения штуцера и характера фильтрации газа из пласта. При принятых упрощающих предположениях задача сводится к системе дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} (\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial \alpha}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} (V_2 \alpha \rho_2 + V_1 (1 - \alpha) \rho_1) &= 0, \\ \frac{\partial P}{\partial z} &= g (\rho_2 \alpha + \rho_1 (1 - \alpha)) + \frac{\lambda}{2(D_2 - D_1)} (\alpha \rho_2 V_2^2 + (1 - \alpha) \rho_1 V_1^2) - \end{aligned} \quad (1)$$



$$- \alpha \rho_2 V_2 \frac{\partial V_2}{\partial z} - (1 - \alpha) \rho_1 V_1 \frac{\partial V_1}{\partial z}.$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + V_w \frac{\partial \alpha}{\partial z} = f, \quad P = \rho_2 R T,$$

$$V_{21} = V_\infty (1 - \alpha)^{n-1}, \quad \rho_1 = \rho_{01}.$$

Исходя из модели дрейфа для одномерных не прерывных волн [1], получены выражения для V_w и f . Значения λ , V_∞ и n определяются по методике, предлагаемой в [1]. За начальные условия принималось распределение параметров, соответствующих стационарному течению жидкости в канале.

Распределение газосодержания α , давления P и скоростей V_1 и V_2 в зависимости от глубины канала для двух значений времени: 1 — 5631 с, 2 — 4633 с. z , м; V , м/с; $P \cdot 10^5$ Н/м².

шение для $Q_2(t)$, получаемое из решения задачи одномерной фильтрации при несовершенном вскрытии газового пласта бесконечной мощности, на верхнем конце канала-полуэмпирическое соотношение, связывающее падение давления на диафрагме с перемещением проходным сечением со значениями других параметров течения.

Задача решалась численно итерационным методом, приведенным в работе.

В качестве примера рассматривается вертикальная скважина длиной $L=5000$ м коллинеарного сечения ($D_2=0,25$ м, $D_1=0,126$ м), в которой течет буровой раствор с объемным расходом $Q_1=10 \cdot 10^{-3}$ м³/с и плотностью $\rho_1=1500$ кг/м³. В момент времени $t>0$ снизу начинает поступать газ с плотностью (при атмосферном давлении) $\rho_2=1,22$ кг/м³, вязкостью $\mu=3 \cdot 10^{-4}$ н·с/м² из пласта с пористостью $m=0,1$ и проницаемостью $k_p=0,1$. Рассмотрены два случая течения. Первый, когда уменьшением проходного сечения штуцера удается прекратить поступление газа и произвести «промычку» скважины. II второй, приведенный на рисунке, когда штуцер в верхнем сечении отсутствует, т. е. когда газированный раствор поднимается вверх, расширяясь и ускоряясь, пока постепенно не заполнит всю длину канала. На рисунке приведены распределения газосодержания, скоростей газа, жидкости и давления для двух значений времени.

Обозначения

L — длина канала; D_1 — диаметр внутренней трубы; D_2 — диаметр внешней трубы; Q_1 — значение объемного расхода жидкости; $Q_2(t)$ — значение объемного расхода газа; ρ_1 — удельная плотность жидкости; ρ_2 — удельная плотность газа; m — пористость коллектора; k_p — коэффициент проницаемости коллектора; P — давление; g — ускорение свободного падения; α — газосодержание; V_w — скорость непрерывной волны; R — универсальная газовая постоянная; ρ_{01} — удельная плотность жидкости при атмосферном давлении.

Литература

1. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. — М.: Мир, 1972. — 439 с.

Статья депонирована в ВИНТИ 18.08.81, рег. № 4083—81 Дел. (Статья поступила в редакцию 23.03.81, аннотация — 17.06.81. Полный текст 0,65 а. л., библиогр. 5 назв.)

УДК 539.374

В. Г. Кузин, Н. И. Иванова

ДВИЖЕНИЕ НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛАХ ПРИ НЕОДНОРОДНЫХ УСЛОВИЯХ ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ

В работе рассматривается задача о прямолинейном стационарном движении нелинейно-вязкой среды (моделирующей процесс гидроэкструзии металлов) в цилиндрическом канале произвольного поперечного сечения при проскальзывании по стенке канала. Предполагается, что граничное условие имеет вид [2]

$$\varphi(I_2(v)) \frac{\partial v}{\partial n} + \varphi_1(I(v), s) v = 0 \text{ на } S. \quad (1)$$

Здесь скорость проскальзывания определяется силой трения $\varphi(I_2(v)) \frac{dv}{dn}$ и функцией $\varphi_1(I(v), s)$, которая называется коэффициентом проскальзывания [1], и зависит от модуля скорости скольжения $|v|$ и от точек поверхности s . S — кусочно-гладкая, замкнутая граница области Ω , в которой исследуется движение жидкости (Ω — сечение цилиндрического канала). Функция $\varphi_1(I(v), s)$ находится экспериментально, и ее вид зависит как от материала, из которого сделан канал, так и от движущейся в нем среды.

Приближенное решение задачи строится методом конечных элементов.

В качестве примера рассчитано поле скоростей, образующееся при продавливании стали 0,06% С, нагретой до 1200 °С, через матрицу заданного сечения. При этом функция $\varphi_1(I(v), s)$ задавалась в виде

$$\varphi_1(I(v), s) = \begin{cases} \mu_1 & \text{при } s \in S_1 \\ \mu_2 & \text{при } s \in S_2 \end{cases}$$

Выпуск 75.

С. Д. ЦЕПТИН, Б. И. ВИЛЬГЕ,
М. И. ПЛЮСНИНМЕТОД РЕШЕНИЯ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ
ТЕОРИИ ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА

В настоящее время методика интерпретации данных индукционного каротажа базируется на решениях прямых задач теории для двух частных случаев: пласта неограниченной мощности со скважиной и зоной проникновения и пласта ограниченной мощности без скважины. Представляет большой интерес решение задачи теории индукционного каротажа для наиболее общего случая — пласта ограниченной мощности со скважиной и зоной проникновения.

В последнее время получено решение прямой задачи для пласта ограниченной мощности с одной цилиндрической границей раздела методом интегральных уравнений [1] и проведены численные расчеты для зондов индукционного каротажа с моделью пласт — скважина. В статье описывается более простой и более общий приближенный метод решения прямой задачи индукционного каротажа для произвольной среды.

Электромагнитное поле гармонического источника в неоднородной среде с произвольным числом и формой границ раздела при отсутствии объемных зарядов описывается уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} + \bar{\mu} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{H} - \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \bar{\sigma} \vec{E} &= 0; \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где $\vec{E}$ — вектор напряженности электрического поля; $\vec{H}$ — вектор напряженности магнитного поля; $\bar{\mu}$ — магнитная проницаемость; ε — диэлектрическая проницаемость; $\bar{\sigma}$ — удельная электропроводность среды.

В качестве основного искомого параметра целесообразно взять вектор напряженности электрического поля вследствие относительной простоты граничных условий для него. Используя известное векторное соотношение $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} = -\Delta \vec{a} + \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a}$ и предпо-

лагая, что ε — постоянная величина, а $\bar{\sigma}$ не зависит от времени, из системы уравнений (1) получаем

$$\Delta \vec{E} - \bar{\mu} \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \bar{\mu} \bar{\sigma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

При проведении индукционного каротажа частота $\bar{\omega}$ и электропроводность $\bar{\sigma}$ таковы, что справедливо соотношение $(\varepsilon \bar{\omega} / \bar{\sigma}) \ll 1$. В этом случае вторым членом уравнения (2) можно пренебречь и записать его в виде

$$\Delta \vec{E} = \kappa^2 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\kappa^2 = \mu_0 \sigma_0 l_0^2 \omega_0, \quad (3)$$

где $\sigma = \bar{\sigma} / \sigma_0$; $t = \bar{t} \omega_0$; $\omega = \frac{\bar{\omega}}{\omega_0}$; μ_0 , σ_0 , l_0 , ω_0 — характерные значения параметров $\bar{\mu}$, $\bar{\sigma}$, l , $\bar{\omega}$.

При $\vec{E} = \vec{E}_0(t) e^{-i\omega t}$ уравнение (3) преобразуется к виду

$$\Delta \vec{E}_0 + i\omega \sigma \kappa^2 \vec{E}_0 = \sigma \kappa^2 \frac{\partial \vec{E}_0}{\partial t}.$$

Будем считать, что источник электромагнитного поля находится на оси симметрии среды, а вектор магнитного момента диполя $\vec{M}$ направлен вдоль оси. Тогда в цилиндрической системе координат с осью z , совпадающей с осью симметрии, вектор напряженности электрического поля будет иметь только составляющую E_φ , а вектор напряженности магнитного поля — составляющие H_r и H_z . Учитывая это, уравнения для действительной E_{10} и мнимой E_{20} компонент вектора напряженности электрического поля могут быть представлены в следующем виде:

$$\Delta E_{10} - \omega \sigma \kappa^2 E_{20} = \sigma \kappa^2 \frac{\partial E_{10}}{\partial t},$$

$$\Delta E_{20} + \omega \sigma \kappa^2 E_{10} = \sigma \kappa^2 \frac{\partial E_{20}}{\partial t}. \quad (4)$$

Для пласта ограниченной мощности со скважиной и зоной проникновения соблюдается условие, что в любой точке на оси скважины составляющая $E_\varphi = 0$. Кроме того, в бесконечно удаленных точках среды напряженность электрического поля также равна нулю.

При численном решении задачи бесконечная область заменяется конечным объемом, на поверхности которого задаются приближенные граничные условия. С достаточной степенью точности можно считать, что на границах объема с радиусом R выполняется условие $E_\varphi = 0$, если R в несколько раз больше толщины скин-слоя для данной среды $\delta = \sqrt{\frac{\mu \omega \sigma}{2}}$. При обычных значениях $\bar{\mu}$, $\bar{\omega}$, $\bar{\sigma}$ условие $E_\varphi = 0$ выполняется с хорошей точностью при размерах области

6—10 м. При решении рассматриваемой задачи в качестве начального условия принималось распределение электрического поля точечного магнитного диполя в однородной среде [2]

$$E_{\varphi} = \frac{i\omega\mu M}{4\pi R^2} e^{ikR} (1 - ikR) \sin \theta, \quad (5)$$

где M — магнитный момент диполя; R — расстояние от диполя до точки измерений: $\sin \theta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}}$, $k = \sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}} (1 + i)$.

Для решения задачи использован метод дробных шагов [3, 4], который является одной из модификаций метода установления. Исследуемая область разбивалась сеткой с переменным пространственным шагом h на участки, в каждом узле которого дифференциальные уравнения (4) заменялись разностными аналогами. Для выбранной схемы вычисления погрешность численного решения задачи в зависимости от пространственных h и временных τ шагов дискретизации имеет вид

$$v = m(h^2 + \tau), \quad (6)$$

где m — некоторая постоянная, зависящая от третьих и четвертых производных искомого решения.

После замены дифференциальных уравнений (4) разностными аналогами приходим к алгебраической системе уравнений, которая решается методом векторной прогонки [3]:

$$\begin{aligned} A_{ij} E_{ij-1}^{n+\frac{1}{2}} - B_{ij} E_{ij}^{n+\frac{1}{2}} + C_{ij} E_{ij+1}^{n+\frac{1}{2}} &= -E_{ij}^n, \\ G_{ij} E_{i-1j}^{n+1} - L_{ij} E_{ij}^{n+1} + F_{ij} E_{i+1j}^{n+1} &= -E_{ij}^{n+\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь

$$\begin{aligned} E_{ij}^n &= \begin{pmatrix} E_{ij10}^n \\ E_{ij20}^n \end{pmatrix}; \quad B_{ij} = \begin{pmatrix} b_{ij} & 0 \\ 0 & b_{ij} \end{pmatrix}; \\ C_{ij} &= \begin{pmatrix} c_{ij} & 0 \\ 0 & c_{ij} \end{pmatrix}; \quad G_{ij} = \begin{pmatrix} g_{ij} & 0 \\ 0 & g_{ij} \end{pmatrix}; \\ F_{ij} &= \begin{pmatrix} f_{ij} & 0 \\ 0 & f_{ij} \end{pmatrix}; \quad L_{ij} = \begin{pmatrix} l_{ij} & \frac{\omega\tau}{2} \\ -\frac{\omega\tau}{2} & l_{ij} \end{pmatrix}; \\ A_{ij} &= \begin{pmatrix} a_{ij} & 0 \\ 0 & a_{ij} \end{pmatrix}; \\ a_{ij} &= \frac{\tau}{2\sigma\kappa^2} \left[\frac{1}{h^2} - \frac{1}{2hr_j} \right]; \end{aligned}$$

$$C_{ij} = \frac{\tau}{2\sigma\kappa^2} \left[\frac{1}{h^2} + \frac{1}{2hr_j} \right];$$

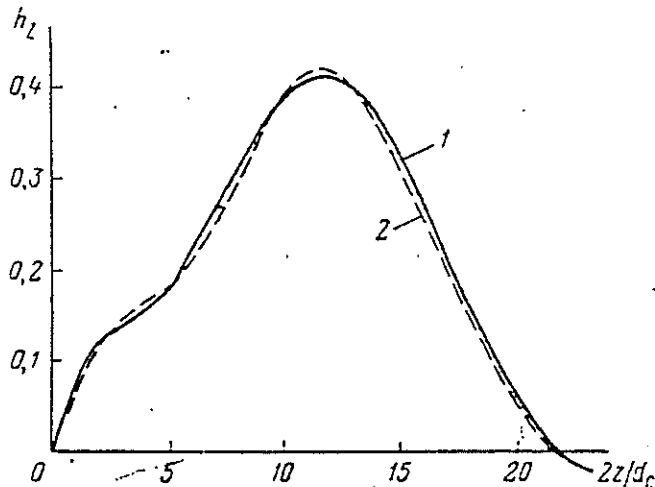
$$b_{ij} = \frac{r}{2\sigma\kappa^2} \left[\frac{1}{r_j^2} + \frac{2}{h^2} \right] + 1; \quad g_{ij} = f_{ij} = \frac{\tau}{2\sigma\kappa^2 h^2}; \quad l_{ij} = \frac{\tau}{2\sigma\kappa^2} \left(\frac{2}{h^2} \right) + 1,$$

где i, j — номера узлов сетки; n — номер временного слоя.

Шаги дискретизации рассчитывались по уравнению (6) так, чтобы наибольшая погрешность решения не превышала 10%. Требуемая для этого сетка содержит около 6000 узлов, что позволяет получить на ЭВМ БЭСМ-6 полностью установившееся решение задачи за 10–20 мин.

Рассмотрим конкретный пример. Пусть задана область, представляющая собой цилиндр с радиусом 3 м и высотой 6 м, в средней точке которого расположен точечный магнитный диполь. Ось симметрии области совпадает с осью скважины диаметром d_c и удельной проводимостью σ_c . Скважина пересекает пласт мощностью H и проводимостью σ_n и зоной проникновения диаметром D и проводимостью σ_d . С двух сторон пласт заключен во вмещающие породы с проводимостью $\sigma_{вм1}$ и $\sigma_{вм2}$. Требуется найти распределение электромагнитного поля в области при различных положениях диполя на оси симметрии среды в зависимости от значений $d_c, H, D, \sigma_c, \sigma_n, \sigma_d, \sigma_{вм1}, \sigma_{вм2}$. Предположим, что общие свойства среды, заполняющей цилиндр, таковы, что внутри происходит почти полное затухание электромагнитного поля и условие $E_\phi = 0$ выполняется всюду на поверхности области с достаточной точностью. В качестве характерных величин примем значение коэффициента магнитной проницаемости для вакуума $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, диаметр скважины $l_0 = d_c = 0,2$ м, частоту $\omega_0 = 3,16 \pi \cdot 10^5$ с⁻¹ и электропроводность $\sigma_0 = 10$ См/м. Тогда $\kappa^2 \approx 0,5$.

На рисунке приведены кривые зависимости активной компоненты напряженности магнитного поля в единицах поля в вакууме h_z от расстояния z между источником поля и точкой наблюдения, вычисленные методом дробных шагов и методом интегральных уравнений для пласта мощностью $H = 5d_c$ с удельной проводимостью $\sigma_n = 0,2$ См/м, залегающего во вмещающих породах с удельной проводимостью $\sigma_{вм} = 10$ См/м и пересеченного скважиной диаметром



Кривые зависимости $h_z = (2z/d_c)$, рассчитанные методом дробных шагов (1) и интегральных уравнений (2).

$d_c = 0,2$ м и удельной проводимостью $\sigma_c = 20$ См/м. Источник поля и начало координат расположены в середине пласта, ось z направлена вдоль оси скважины. Как видно из рисунка, оба метода дали одни и те же результаты. Это показывает, что метод дробных шагов может быть широко использован для решения прямых задач теории индукционного каротажа, а также других методов электрического и электромагнитного каротажа для сложных моделей сред, для которых отсутствуют строгие решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дмитриев В. И., Захаров Е. В., Ильин И. В. Метод решения основной задачи теории индукционного каротажа. — В кн.: Вычислительные методы и программирование, вып. XVI. М., Изд-во МГУ, 1971.
2. Кауфман А. А. Теория индукционного каротажа. Новосибирск, «Наука», 1965.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
4. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, «Наука», 1966.

УДК 550.837.73:622.241

Б. И. ВИЛЬГЕ, С. Д. ЦЕЙТЛИН

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА МЕТОДОМ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Разработан алгоритм численного решения прямой задачи теории индукционного каротажа методом переходных процессов. Проведен анализ результатов вычислений для конкретных моделей изучаемых сред.

Индукционный каротаж методом переходных процессов (ИК МПП) основан на изучении нестационарного электромагнитного поля в неоднородной слоистой среде, пересеченной скважиной. При ступенчатом изменении тока в генераторной катушке в окружающей проводящей среде возникают токи. Вначале эти токи сосредоточены вокруг источника, но с течением времени они диффундируют в среду, причем скорость их диффузии зависит от геоэлектрических свойств пород. Поэтому электромагнитное поле, измеренное на оси скважины в различные моменты времени, будет содержать информацию о характере и величине неоднородностей окружающей среды.

Теоретической основой индукционного каротажа методом переходных процессов является решение прямых задач для идеализированных моделей геоэлектрического разреза. Теоретические основы ИК МПП в среде с цилиндрическими поверхностями раздела и в пластах ограниченной мощности без учета влияния скважины и зоны проникновения рассмотрены в работах [1-3]. Однако на практике часто встречаются ситуации, когда наличие скважины, зоны проникновения и конечная мощность пласта существенно влияют на результат измерения. Поэтому необходимо рассмотреть вопрос, связанный со становлением электромагнитного поля для модели, более приближенной к реальному виду исследуемой среды.

В настоящей работе рассмотрено численное решение прямой задачи ИК МПП для пласта ограниченной мощности с учетом скважины и зоны проникновения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве идеализированной модели разреза выберем среду, состоящую из пласта ограниченной мощности H с удельным сопротивлением ρ_p , окруженного вмещающими породами с удельным сопротивлением $\rho_{вм}$ (рис. 1). Перпендикулярно пласт пересекается скважиной радиуса a_c с удельным сопротивлением бурового раствора ρ_c . Зона проникновения представляет собой цилиндр, соосный со скважиной радиуса a_z с удельным сопротивлением ρ_z .

Электромагнитное поле возникает при мгновенном включении тока в генераторной катушке

$$I(t) = \begin{cases} 0 & t < 0, \\ I & t \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Обычно идеализировано за источник принимают точечный магнитный диполь с моментом

$$M = \begin{cases} M & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Характер распространения электромагнитного поля в окружающей среде определяется уравнениями Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} H = \frac{E}{\rho} + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}; \\ \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}; \\ \operatorname{div} B = 0; \\ \operatorname{div} E = 0; B = \mu H. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь H и B — напряженность и индукция магнитного поля, E — напряженность электрического поля, ρ — удельное сопротивление среды, μ , ε — магнитная и диэлектрическая проницаемость среды.

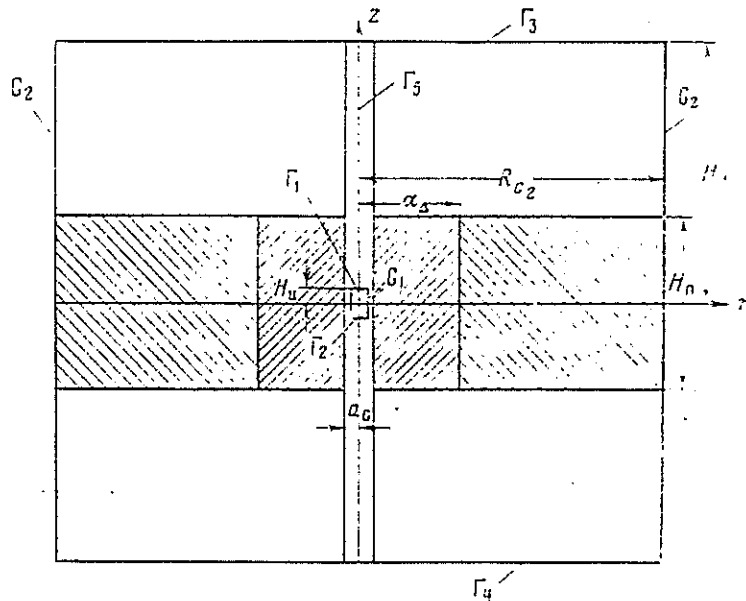


Рис. 1. Схема взаимного расположения изучаемой модели среды и соответствующей ей области.

Γ_1, Γ_2 — внутренние границы области, Γ_3, Γ_4 — внешняя граница области, H_n — высота внутренней области, H_0 — высота и радиус внешней области, a_c, a_Δ — радиусы скважины и зоны проникновения, H_n — мощность пласта, Γ_s — ось скважины

В ситуациях, наиболее часто встречающихся в ИК МПП, токи смещения значительно меньше токов проводимости ($\frac{t}{\rho\varepsilon} \gg 1$). а поле измеряется на временах, значительно превышающих время, необходимое для распространения сигнала от источника до точки наблюдения ($t > R\sqrt{\varepsilon\mu}$; R, t — расстояние от источника и промежуток времени, через которое производится измерение). Магнитную проницаемость μ далее всюду считаем постоянной.

Исходя из указанных выше предположений, из системы (2) можно получить одно уравнение относительно напряженности электрического поля

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla^2 E. \quad (3)$$

— осью цилиндрическую систему координат, так что центр ее совпадает с центром источника, а ось z параллельна моменту M и совпадает с осью скважины. Тогда, учитывая осевую симметрию выбранной модели среды, электромагнитное поле будет иметь следующие компоненты: $H(H_r, 0, H_z)$, $E(0, E_\varphi, 0)$.

Уравнение (3) в выбранной системе координат принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}. \quad (4)$$

Начальные условия рассматриваемой задачи имеют следующий вид: $E_\varphi(r, z, t) = 0$ при $t = 0$ — всюду вне источника поля. Граничные условия имеют вид на поверхности S , окружающей источник $E_\varphi(r_s, z_s, t) = E_\varphi(t)$ — заданная функция. Всюду на оси симметрии, кроме области, занятой источником,

$$E_\varphi(0, z, t) = 0.$$

На бесконечности $E_\varphi \rightarrow 0$ при $R \rightarrow \infty$ $R = \sqrt{r^2 + z^2}$. На поверхностях раздела между средами с различными электропроводностями выполняется условие непрерывности E_φ .

Если удельное сопротивление всюду постоянно, то решение уравнения [4] имеет вид

$$E_\varphi^0 = \frac{Mr}{16\pi\sqrt{\pi}} \rho \left(\frac{\mu}{\rho t} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{\mu R^2}{4\rho t} \right). \quad (5)$$

Для осуществления численного решения поставленной задачи заменим неограниченную область областью, ограниченной двумя цилиндрическими поверхностями (C_1 и C_2), соосными с осью скважины и четырьмя горизонтальными поверхностями Γ_1 , Γ_2 , Γ_3 и Γ_4 . В области $G(r, z)$ с границами Γ_1 , C_1 , Γ_2 , Γ_3 , C_2 , Γ_4 (рис. 1) будем искать решение уравнения [4] со следующими приближенными условиями:

при $t = 0$ $E_\varphi(r, z, t) = 0$ — всюду вне источника поля.

Пусть R_{C_2} и H_0 настолько велики, а время t таково, что $E_\varphi(r, z, t) = 0$ на Γ_3 , C_2 , Γ_4 . На оси симметрии области

$$E_\varphi(0, |z| > H_0, t) = 0.$$

Пусть R_{C_1} и H_0 настолько малы, а время t таково, что на поверхности Γ_1 , C_1 , Γ_2

$$E_\varphi(r, z, t) = E_\varphi^0,$$

где E_φ^0 вычислено по формуле (5). Таким образом, априори предполагаем, что поле на поверхности S , достаточно малого радиуса $R_s < a_c$ и высоты $H_0 < a_c$, совпадает с полем, получаемым в случае, когда точечный магнитный диполь расположен в центре области, заполненной веществом с постоянным удельным сопротивлением, совпадающим с удельным сопротивлением скважины ρ_c . Следует заметить, что в начальные моменты времени, когда токи расположены вблизи источника, это допущение достаточно точно. В последующие моменты времени токи диффундируют в окружающую среду, причем развитие этого процесса будет определяться характером ее неоднородности. Остаточные, малые по величине, токи, протекающие на поверхности S , окружающей источник, будут слабо влиять на процесс становления поля по всей области. Хотя с увеличением времени в результате диффузии токов связь поля E_φ вблизи источника с удельной электропроводностью скважины ослабевает, как будет показано ниже, для сравнительно больших расстояний от источника в широком диапазоне времен и параметров среды решение задачи с принятыми граничными условиями является достаточно точным.

Одним из наиболее универсальных и эффективных методов решения сложных задач математической физики является метод конечных разностей. Чтобы написать конечно-разностную схему, приближенно описывающую данное дифференциальное уравнение, необходимо заменить область непрерывного изменения аргумента областью дискретного его изменения и заменить дифференциальный оператор некоторым разностным оператором. Также надо сформулировать разностный аналог для краевых условий и начальных данных.

Запишем уравнение (4) в виде

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial t} = L_1 E_{\varphi} + L_2 E_{\varphi}, \quad (6)$$

где

$$L_1 E_{\varphi} = \frac{\partial^2 E_{\varphi}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial r} - \frac{E_{\varphi}}{r^2}; \quad L_2 E_{\varphi} = \frac{\partial^2 E_{\varphi}}{\partial z^2}.$$

Краевые условия к уравнению (4) имеют вид (см. рис. 1)

$$E_{\varphi} = \begin{cases} 0 & \text{на } \Gamma_3 + \Gamma_4 + \Gamma_5 + C_2, \\ E_{\varphi}^0(r, z, t) & \text{на } \Gamma_1 + \Gamma_2 + C_1. \end{cases}$$

В момент времени $t \leq 0$ предполагается

$$E_{\varphi}(r, z, 0) = 0 \text{ при } (r, z) \in G.$$

Выберем в области $G(r, z)$ неравномерную сетку:

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_{h_1 h_2 \tau} &= \hat{\omega}_{h_1} \times \hat{\omega}_{h_2} \times \omega_{\tau}; \\ \hat{\omega}_{h_1} &= \{r_j \in [0, R_{C_2}], \quad j=0, 1, \dots, J; \quad r_0=0, \quad r_J=R_{C_2}\}; \\ r_j - r_{j-1} &= h_j; \quad j=1, 2, \dots, J-1; \quad h_j = 0,5(h_j + h_{j+1}); \\ \hat{\omega}_{h_2} &= \{z_i \in [-H_0, H_0]; \quad i=0, 1, \dots, I; \quad z_0=-H_0; \quad z_I=H_0\}; \\ z_i - z_{i-1} &= h_i; \quad i=1, 2, \dots, I-1; \quad h_i = 0,5(h_i + h_{i+1}); \\ \omega_{\tau} &= \{t^n \in [0, t_0], \quad t^n = n\tau, \quad n=0, 1, \dots, N\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Учитывая характер поведения электромагнитного поля (5), которое быстро спадает по мере удаления от источника, берем сетку с увеличивающимися шагами от центра области к ее периферии. Причем сетка выбирается так, что граничные точки совпадают с ее узлами.

Аппроксимируем уравнение (6) на выбранной сетке следующим разностным уравнением:

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t} = \Lambda_1 E + \Lambda_2 E, \quad (8)$$

$$E|_r = E(r_j, z_i, t^{n+1/2}); \quad E(r_j, z_i, 0) = 0,$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_1 E &= \frac{1}{h_j} \left[\frac{E_{i,j+1}^n - E_{i,j}^n}{h_{j+1}} - \frac{E_{i,j}^n - E_{i,j-1}^n}{h_j} \right] + \frac{E_{i,j+1}^n - E_{i,j}^n}{2h_{j+1}r_j} + \\ &+ \frac{E_{i,j}^n - E_{i,j-1}^n}{2hr_j} - \frac{E_{i,j}^n}{r_j^2}, \quad 1 \leq j \leq J-1; \\ \Lambda_2 E &= \frac{1}{h_i} \left[\frac{E_{i+1,j}^n - E_{i,j}^n}{h_{i+1}} - \frac{E_{i,j}^n - E_{i-1,j}^n}{h_i} \right]; \quad 1 \leq i \leq I-1; \end{aligned}$$

E_{ij}^n — значение напряженности электромагнитного поля, соответствующее разностной задаче (8) в узле сетки с координатами (r_j, z_i) в момент времени $t^n = n\tau$. Решение системы разностных уравнений (8) осуществляется методом предиктор-корректор [4], для чего весь интервал $0 \leq t \leq t_0$ разбивается на частичные интервалы, в пределах каждого из которых $t^n \leq t \leq t^{n+1}$, задача (8) решается в два приема. Сначала по неявной схеме находится приближенное значение задачи в момент времени $t^{n+1/2} = t^n + \tau/2$. После чего на всем интервале (t^n, t^{n+1}) по явной схеме находится более точное решение.

Итак, схема предиктор-корректор для задачи (8) может быть записана в виде

$$\begin{cases} \frac{E_{ij}^{n+1/2} + E_{ij}^n}{\tau/2} = \frac{\rho}{\mu} \Lambda_1 E^{n+1/2}, \\ \frac{E_{ij}^{n+1/2} - E_{ij}^n}{\tau/2} = \frac{\rho}{\mu} \Lambda_2 E^{n+1/2}, \\ \frac{E^{n+1} - E^n}{\tau} = \frac{\rho}{\mu} (\Lambda_1 E^{n+1/2} + \Lambda_2 E^{n+1/2}), \end{cases} \quad (9)$$

$$E|_{\Gamma} = E(r_j, z_i, t^{n+1/2}) \quad \text{при } (r_j, z_i) \in \Gamma,$$

$$E(r_j, z_i, 0) = 0.$$

В работе [4] показано, что разностная схема (9) абсолютно устойчива и позволяет получать решение второго порядка точности по τ .

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Численное решение поставленной задачи позволило определить границы применимости приближенных граничных условий и их влияние на результаты расчетов для различных параметров среды и зондов путем сопоставления их с известными решениями задачи о поле магнитного диполя на оси скважины и в пластах ограниченной мощности [1, 2]. Примеры такого сопоставления для одного из типичных случаев приведены в табл. 1 и 2.

В табл. 1 представлены результаты, полученные методом конечных разностей (КР) и на основе спектрального подхода (численное интегрирование — ЧИ) для случая среды с одной и двумя цилиндрическими поверхностями раздела между средами с различными удельными сопротивлениями, в виде значений ρ_r/ρ_c .

В табл. 2 представлены результаты, полученные методом конечных разностей (КР) для случая среды с двумя горизонтальными поверхностями раздела, пересеченных скважиной, и на основе спектрального подхода (ЧИ) для среды с двумя горизонтальными поверхностями раздела без скважины. Здесь $\rho_n, \rho_c, \rho_\Delta, \rho_{\text{вм}}$ — удельное сопротивление соответственно пласта скважины, зоны проникновения, вмещающих пород; a_c, a_Δ — соответственно радиус скважины и зоны проникновения; L, H — длина зонда и мощность пласта $\tau_c = \sqrt{2\pi\rho_c t \cdot 10^7}$, $\tau_n = \sqrt{2\pi\rho_n t \cdot 10^7}$; $\rho_r = 10^{-7} \left(\frac{4\pi \cdot 10^7 M}{t \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial(E_r r)}{\partial r}} \right)^{2/3}$.

Как следует из приведенных таблиц, для $\tau_c/a_c < 20$, $L/a_c > 5$, $500 > \tau_n/L > 20$, $H/L > 2$ результаты расчетов, полученных различными способами, не отличаются больше чем на 10%. Как показывает анализ расчетов для широкого диапазона параметров сред, этот вывод останется справедливым для

$$\frac{1}{200} < \frac{\rho_{\text{вм}}}{\rho_n} < 200, \quad \frac{a_\Delta}{a_c} < 32, \quad \frac{\rho_\Delta}{\rho_n} < 200, \quad \frac{\tau_c}{a_c} > 20.$$

$\frac{\tau_c}{a_c}$	$\rho_{\Pi}/\rho_c = 8$				$\rho_{\Pi}/\rho_c = 32$		$\frac{\rho_{\Delta}}{\rho_c} - \frac{a_{\Delta}}{a_c} - \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_c} : 32 - 3 - 3$			
	$z/a_c = 10$		$z/a_c = 5$		$z/a_c = 10$		$z/a_c = 10$		$z/a_c = 5$	
	КР	ЧП	КР	ЧП	КР	ЧП	КР	ЧП	КР	ЧП
17,7	12,16	11,3	6,588	7,3	26,02	*	20,8	21,5	12,1	16,1
25,1	9,148	10,7	7,243	7,5	28,26	*	14,8	15,0	10,6	15,2
30,6	8,907	9,14	7,354	7,7	23,33	31,3	12,5	12,3	9,75	11,2
35	8,774	8,5	7,422	7,75	29,78	31,25	11,4	11,5	9,3	10,8
39,6	9,691	8,45	7,470	7,80	30,13	31,2	10,8	10,2	8,93	10,0
43,4	8,634	8,35	7,505	7,85	30,37	31,1	10,3	10,1	8,84	9,8
46,8	8,593	8,25	7,533	7,90	30,55	31,1	10,05	9,8	8,72	9,5
50	8,562	8,18	7,554	8,00	30,69	31,1	9,7	9,5	8,70	9,3
53	8,538	8,04	7,571	8,00	30,80	31,1	9,5	9,4	8,68	9,1
56	8,518	8,00	7,586	8,00	30,89	31,1	8,9	8,8	8,66	8,9
58,8	8,502	8,00	7,598	8,00	30,97	31,1	8,6	8,6	8,64	8,7
61,2	8,489	8,00	7,609	8,00	31,03	31,1	8,50	8,45	8,60	8,5

* Нет данных.

Таблица 2

$\alpha = \frac{H}{z}$	$\frac{\rho_{\text{вм}}}{\rho_{\Pi}} = \frac{1}{8}$						$\frac{\rho_{\text{вм}}}{\rho_{\Pi}} = \frac{1}{32}$	
$\frac{\tau_1}{L}$	2		4		8		4	
	ЧП	КР	ЧП	КР	ЧП	КР	ЧП	КР
10,04	1,05	0,883	1,01	0,835	1	0,823	1,03	0,840
14,2	0,83	0,745	1,1	0,942	1	0,882	1,19	1,01
17,3	0,65	0,628	1,05	0,97	1	0,31	1,21	1,09
20,08	0,53	0,552	1,0	0,946	1,08	0,934	1,13	1,065
22,4	0,50	0,50	0,99	0,897	1,1	0,958	0,98	0,986
24,4	0,46	0,462	0,95	0,845	1,11	0,977	0,96	0,895
26,5	0,43	0,433	0,88	0,796	1,1	0,994	0,90	0,810
28,4	0,41	0,409	0,83	0,753	1,08	1,00	0,82	0,726
30,2	0,39	0,391	0,77	0,715	1,06	1,01	0,72	0,678
31,8	0,38	0,375	0,72	0,68	1,05	1,015	0,68	0,626
33,2	0,36	0,362	0,70	0,653	1,02	1,010	0,62	0,62
34,6	0,35	0,35	0,68	0,626	1,0	1,005	0,60	0,60
36,1	0,33	0,341	0,66	0,61	1,0	1,00	0,58	0,58

Численное решение поставленной задачи позволило исследовать влияние основных параметров модели ρ_{Π}/ρ_c , ρ_{Δ}/ρ_c , $\rho_{\text{вм}}/\rho_c$, H/a_c , a_{Δ}/a_c и др. на характер неустановившегося электромагнитного поля вертикального магнитного диполя в неоднородной среде для широкого диапазона случаев, не исследованных ранее.

Некоторые результаты этих расчетов представлены на рис. 2 и 3. Они соответствуют одной из характерных моделей с параметрами: $\rho_{\Delta}/\rho_c=32$; $\rho_{\Pi}/\rho_c=8$; $a_{\Delta}/a_c=1, 8, 16$; $\rho_{\text{вм}}/\rho_c=1$, $H/a_c=10, 20, 40$. Результаты вычислений представлены в виде графиков относительных величин τ_c/ρ_c от τ_c/a_c , где z/a_c — относительная длина зонда.

На рис. 2 приведены кривые τ_c/ρ_c в зависимости от τ_c/a_c при различной мощности пластов H/a_c . Шифром кривых является отношение радиуса зоны проникновения к радиусу скважины a_{Δ}/a_c . Двухкатушечный зонд длиной $z/a_c=5$ расположен против середины пласта.

Из рассмотрения рис. 2 следует, что зонд ИК МПП обладает значительной глубиной исследования. Влияние зоны повышающего про-

никновения $8a_c$, $16a_c$ сказывается заметно лишь на ранней стадии спада электромагнитного поля $\tau_c/a_c < 40 \div 50$.

С ростом τ_c/a_c , возрастает влияние вмещающих пород. Оно тем заметнее, чем меньше мощность пласта. При этом влияние изменения диаметра зоны проникновения сказывается в некотором увеличении ρ_τ/ρ_c , зависящим от мощности пласта.

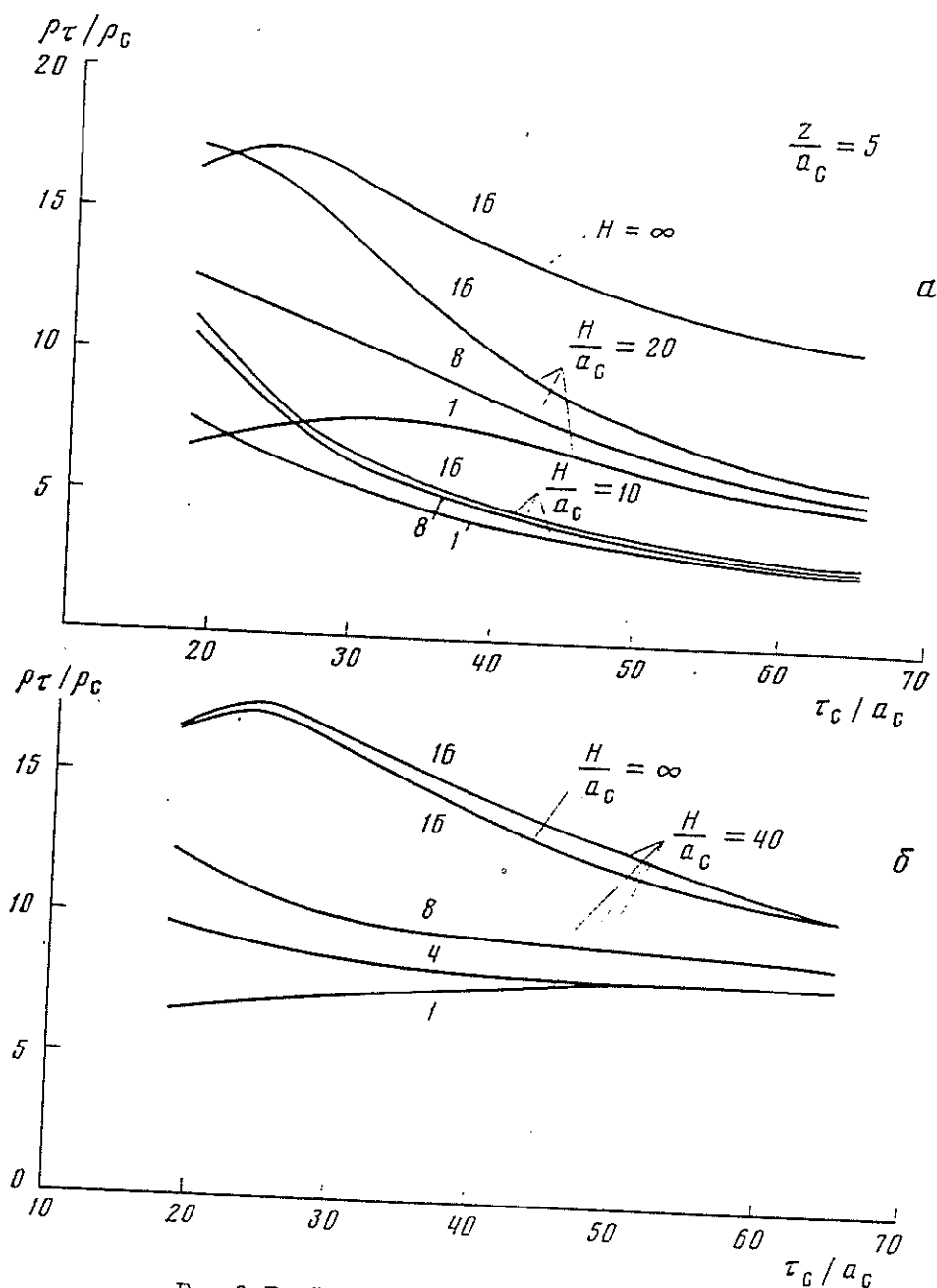


Рис. 2. График зависимости ρ_τ/ρ_c от τ_c/a_c .
 Шифр кривых a_Δ/a_c ; а — отношение мощности пласта к радиусу скважины
 $H/a_c = 10 \div 20, \infty$; б — отношение мощности пласта к радиусу скважины
 $H/a_c = 40, \infty$

На рис. 3 представлены кривые ρ_τ/ρ_c для зонда $Z=1,12$ м при различных положениях его середины относительно среды с параметрами: $\rho_\Delta/\rho_c = 32$, $a_\Delta/a_c = 8$, $\rho_{вм}/\rho_c = 1$, $H/a_c = 20$. Шифр кривых $\tau_\Delta = 1.2 \rho_\tau t 10^7$. Из приведенных кривых следует, что зонд ИК МПП обладает хорошей вертикальной характеристикой. Четкое выделение границ пласта особенно заметно при малых τ_Δ . Граница пласта соответствует середине аномалии поля.

шению ρ_{τ} против пласта.

Таким образом, проводя исследования неустановившегося электромагнитного поля в скважинах в различные моменты времени, можно оценить параметры пластов весьма ограниченной мощности при значительной глубине зоны проникновения $>8a_c \div 16a_c$. Такая возможность индукционного

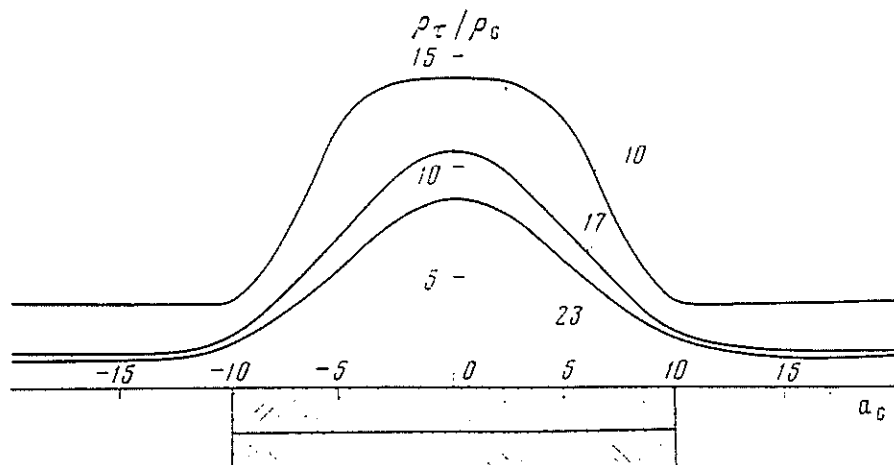


Рис. 3. Кривые отношения ρ_{τ}/a_c для зонда длиной $z=1,12$ м при различном положении его середины относительно середины пласта с параметрами:

$$\rho\Delta/\rho_0=32, a\Delta/a_c=8, \rho_{\text{вм}}/\rho_0=1, H_{\text{н}}/a_c=20. \text{ Шифр кривых } \tau_{\text{п}}=\sqrt{2\rho_{\text{н}}\cdot t}\cdot 10^7$$

каротажа методом переходных процессов делает его весьма перспективным, а разработанный численный метод решения прямой задачи теории позволяет создать методику интерпретации получаемых материалов.

Московский геологоразведочный институт им. С. Орджоникидзе

Поступила
28 X 1974

Литература

1. Вильге Б. И., Воскобойников Л. И. К построению переходных характеристик в средах с цилиндрическими и горизонтальными поверхностями раздела. Сб. «Разведочная геофизика». «Недра», № 50, 1972.
2. Кауфман А. А., Соколов В. П. Теория индукционного каротажа методом переходных процессов. Новосибирск, «Наука», 1972.
3. Кауфман А. А., Терентьев С. А. Нестационарное поле вертикального магнитного диполя в пластах ограниченной мощности. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 9, 1971.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973.

Б. И. ВИЛЬГЕ, С. Д. ЦЕЙТЛИН

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ БОКОВОГО И ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА

В статье рассмотрено применение численных методов решения прямых задач теории бокового, индукционного каротажа, а также индукционного каротажа методом переходных процессов, т.е. методов каротажа, основанных на изучении стационарных, гармонически изменяющихся и нестационарных электромагнитных полей. Для всех задач, рассмотренных в данной статье, при их решении характерно применение метода дробных шагов в различных его модификациях. Приводятся графики, иллюстрирующие некоторые результаты расчетов по разработанным авторами программам для ЭВМ БЭСМ-6.

Численное исследование вопросов распространения электромагнитных полей в неоднородных средах применительно к задачам электрического каротажа является актуальной задачей. Ее решение обеспечивает оптимальный выбор параметров измерительных установок, позволяет изучить их пространственные характеристики, создать теоретические основы методов и методики интерпретации материалов каротажа.

В настоящее время одним из эффективных подходов численного исследования электромагнитных полей в неоднородных средах стали методы интегральных уравнений [1, 2] и конечных разностей [3, 4].

Применение метода конечных разностей для решения внешних задач электродинамики осложняется тем, что бесконечная область должна быть заменена конечной, на границе которой необходимо задать приближенные граничные условия. Использование мощных ЭВМ, позволивших применять мелкую сетку с разбегающимся шагом, применение наиболее эффективных счетных схем и учет конкретных физических особенностей рассматриваемых задач позволило провести численное исследование некоторых прямых задач теории бокового (БК) и индукционного (ИК) каротажа, а также индукционного каротажа методом переходных процессов (ИМПП).

В данной работе изложены некоторые результаты, полученные авторами при решении перечисленных выше задач с помощью различных конечно-разностных схем метода дробных шагов [3].

В качестве идеализированной модели разреза выберем среду, состоящую из пластов ограниченной мощности H , с удельным сопротивлением $\rho_{\text{пл}}$. Скважина радиуса a , с буровым раствором, имеющим удельное электрическое сопротивление ρ , пересекает пласты перпендикулярно их границам. Зоны проникновения представляют собой цилиндры диаметром D , с удельным электрическим сопротивлением $\rho_{\text{з.п.}}$, соосные со скважиной.

Характер распространения электромагнитного поля в среде, окружающей источник, определяется системой уравнений Максвелла

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{H} &= \frac{\mathbf{E}}{\rho} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},\end{aligned}\tag{1}$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0,$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}.$$

Здесь H и B — напряженность и индукция магнитного поля, E и D — напряженность и индукция электрического поля, ρ , μ , ϵ — соответственно удельное электрическое сопротивление, магнитная проницаемость и диэлектрическая проницаемость среды.

В зависимости от конкретного типа источника в указанных выше методах каротажа система (1) сводится к уравнению Лапласа, Гельмгольца или теплопроводности относительно искомой функции с соответствующими граничными условиями. Далее эти уравнения записываются в цилиндрической системе координат, ось Z которой совпадает с осью скважины. Полученные уравнения и граничные условия аппроксимируются разностной схемой. Непрерывная область заменяется ее дискретной моделью на сетке с переменным шагом, учитывающим характер поведения электромагнитного поля. Выбрав одну из устойчивых схем счета — продольно-поперечную прогонку в случае БК и ИК и предиктор-корректор в случае ИКМПП, проводили численное решение поставленных задач. Причем в тех случаях, когда надо было получить стационарное или квазистационарное решение, критерием сходимости являлось выполнение энергетического или потокового баланса на каждом элементарном объеме со сторонами, равными шагу сетки всюду в рассматриваемой области.

1. БОКОВОЙ КАРОТАЖ

Постановка задачи. Пусть в неоднородной среде, модель которой описана выше, на оси симметрии помещен цилиндрический электрод, длина которого L_z , диаметр $d_z < 2a_c$, занимающий объем W . Будем считать поверхность электрода эквипотенциальной с заданным потенциалом Φ_0 . Пусть, кроме того,

$$\frac{\partial D}{\partial t} = 0, \quad \sigma = \frac{1}{\rho}, \quad j = \sigma E.$$

Тогда из системы (1) следует

$$\operatorname{div} j = 0 \quad \text{или} \quad \operatorname{div} [\sigma(\operatorname{grad} \Phi)] = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) позволяет определить потенциал Φ как функцию координат точки при произвольном распределении электропроводности среды.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z, ϕ) , начало которой совпадает с центром электрода. Уравнение (2) в принятой системе имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \sigma(r, z) \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma(r, z) \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) = 0. \quad (3)$$

Функция Φ должна удовлетворять следующим условиям.

1. На поверхности электрода: $\Phi = \Phi_0 = \text{const.}$
2. В бесконечно удаленных точках, т. е. при $R = \sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty$, $\Phi \rightarrow 0$.
3. В точках, бесконечно близко расположенных к поверхности, отделяющей любую область V_1 с удельным электрическим сопротивлением ρ_1 от области V_2 с удельным электрическим сопротивлением ρ_2 , согласно условию непрерывности потенциала и нормальной составляющей плотности тока j_n должны выполняться условия

$$\Phi_1 = \Phi_2, \quad \sigma_1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_1 = \sigma_2 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_2.$$

4. Всяду на оси Z , кроме точек, принадлежащих электроду, должно выполняться условие симметрии, т. е. равенства нулю нормальной производной потенциала

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0.$$

... для численного решения задачи необходимо бесконечную область заменить конечной, на внешней границе (Γ) которой задаются приближенные граничные условия

$$\Phi|_{\Gamma}=f(r, z).$$

Функция $f(r, z)$ выбирается в зависимости от электрических параметров среды, размеров рассматриваемой конечной области и требуемой точности

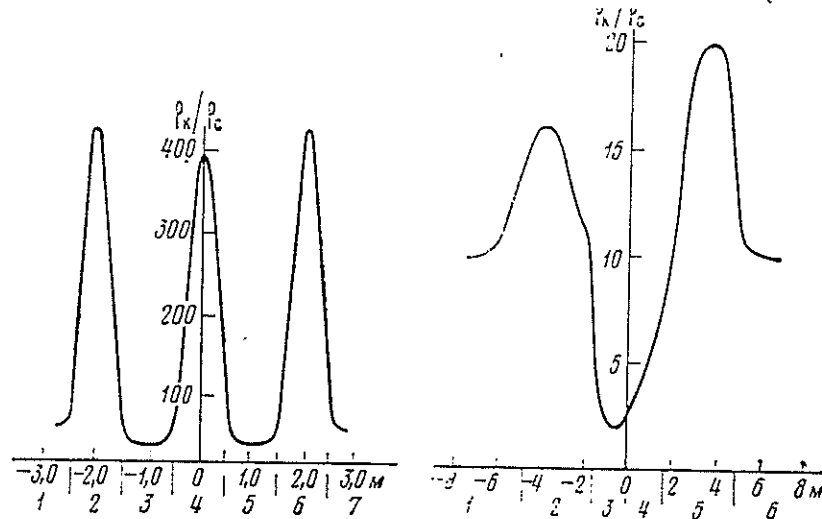


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 1. Кривая кажущегося сопротивления, отнесенная к удельному сопротивлению бурового раствора в скважине — ρ_k/ρ_c , получаемая зондом типа АБК-3 против пачки пластов.

Параметры пластов: 1 — $\rho_{п1}/\rho_c=100$, $D_1/2ac=1$; 2 — $\rho_{п2}/\rho_c=1000$, $D_2/2ac=1$, $H_2/2ac=5$; 3 — $\rho_{п3}/\rho_c=50$, $D_3/2ac=4$, $\rho_{в.п.}/\rho_c=20$; 4 — $\rho_{п4}/\rho_c=1000$, $D_4/2ac=1$, $H_4/2ac=5$; 5 — $\rho_{п5}/\rho_c=50$, $\rho_{в.п.}/\rho_c=20$, $D_5/2ac=4$, $H_5/2ac=5$; 6 — $\rho_{п6}/\rho_c=1000$, $D_6/2ac=1$, $H_6/2ac=5$; 7 — $\rho_{п7}/\rho_c=100$

Рис. 2. Кривая кажущегося сопротивления, отнесенная к удельному сопротивлению бурового раствора в скважине ρ_k/ρ_c , получаемая зондом типа 6Ф1 против пачки пластов.

Параметры пластов: 1 — $\rho_{п1}/\rho_c=10$, $D_1/2ac=1$; 2 — $\rho_{п2}/\rho_c=100$, $D_2/2ac=8$, $\rho_{в.п.}/\rho_c=10$, $H_2/ac=32$; 3 — $\rho_{п3}/\rho_c=1$, $D_3/2ac=8$, $\rho_{в.п.}/\rho_c=10$, $H_3/ac=16$; 4 — $\rho_{п4}/\rho_c=10$, $D_4/2ac=1$, $\rho_{в.п.}/\rho_c=1$, $H_4/ac=16$; 5 — $\rho_{п5}/\rho_c=250$, $D_5/2ac=8$, $\rho_{в.п.}/\rho_c=25$, $H_5/ac=32$; 6 — $\rho_{п6}/\rho_c=10$

решения. Так, если размеры области настолько велики, что во всем диапазоне изменения электрических параметров среды с высокой степенью точности $\Phi|_{\Gamma}=0$, то можно положить, что $f(r, z)=0$.

Алгоритм решения задачи. Численным методом, позволяющим решить уравнение (3) с переменными или даже разрывными коэффициентами в произвольной области любого числа измерений, является локально-одномерная схема метода дробных шагов [3, 4]. Для этого уравнение (3) представляется в виде нестационарного уравнения $\frac{\partial \Phi}{\partial t} = L\Phi$, где

$$L\Phi = \sum_{\alpha=1}^p \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(\sigma_{\alpha}(x_i) \frac{\partial \Phi}{\partial x_{\alpha}} \right) = \sum_{\alpha=1}^p L_{(\alpha)}\Phi. \quad (4)$$

Его приближенное решение $\Phi^{(n+1)}$ ищется как установившееся по времени при $t=t^{(n+1)}$ путем последовательного решения одномерных уравнений

$$\frac{\partial \Phi_{\alpha}}{\partial t} = L_{(\alpha)}\Phi_{(\alpha)} \quad \text{при} \quad t^{(n)} < t < t^{(n+1)} \quad (4')$$

с начальными условиями $\Phi_{\alpha}^{(n)} = \Phi_{(\alpha-1)}^{(n+1)}$ и краевыми условиями, сформулированными выше.

Решением нашей задачи, которую мы условно представляем в виде $L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow \dots \rightarrow L_p$, является $\Phi^{(n+1)} = \Phi_p^{(n+1)}$. Таким образом, используемый в работе численный алгоритм является одной из разновидностей итерационных методов, сводящейся к последовательному решению ряда уравнений вида (4').

После замены уравнения (3) его разностным аналогом, получим дивергентную разностную схему

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{r_j} \left[\frac{1}{h_j} \left(r_{j+1/2} a_{i,j+1} \frac{\Phi_{i,j+1}^{n+1/2} - \Phi_{i,j}^{n+1/2}}{h_{j+1}} - r_{j-1/2} a_{i,j} \frac{\Phi_{i,j}^{n+1/2} - \Phi_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_j} \right) \right] = \\ & = k \frac{\Phi_{i,j}^{n+1/2} - \Phi_{i,j}^n}{0,5\tau}, \\ & \frac{1}{h_i} \left[a_{i+1,j} \frac{\Phi_{i+1,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1}}{h_{i+1}} - a_{i,j} \frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i-1,j}^{n+1}}{h_i} \right] = k \frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^{n+1/2}}{0,5\tau}, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где j, i — номер узла сетки при изменении координат соответственно по радиусу r и по оси z ; n — номер временного слоя; h_i, h_j — шаги сетки в направлениях z и r соответственно; τ — шаг временной дискретизации; k — безразмерный коэффициент, от которого зависит скорость сходимости и точность схемы;

$$a_{ij} = \left(\frac{1}{h_i} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{dz}{\sigma(z)} \right)^{-1}; \quad h_j = 0,5(h_{j+1} + h_j), \quad h_i = 0,5(h_{i+1} + h_i).$$

Система (5) может быть представлена в виде системы алгебраических уравнений

$$A_{ij} \Phi_{i,j+1}^{n+1/2} + B_{ij} \Phi_{i,j-1}^{n+1/2} - C_{ij} \Phi_{i,j}^{n+1/2} = -\Phi_{i,j}^n, \quad (6)$$

$$G_{ij} \Phi_{i+1,j}^{n+1} + Q_{ij} \Phi_{i-1,j}^{n+1} - F_{ij} \Phi_{i,j}^{n+1} = -\Phi_{i,j}^{n+1/2},$$

где

$$A_{ij} = \frac{\tau}{2k} \frac{r_{j-1/2} Q_{ij}}{r_j h_j h_j}; \quad B_{ij} = \frac{\tau}{2k} \frac{r_{j+1/2} Q_{ij}}{r_j h_j h_j},$$

$$G_{ij} = \frac{\tau}{2k} \frac{a_{i+1,j}}{h_i h_{i+1}}; \quad Q_{ij} = \frac{\tau}{2k} \frac{a_{ij}}{h_i h_i},$$

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij} + 1; \quad F_{ij} = G_{ij} + Q_{ij} + 1.$$

Так как для коэффициентов системы (6) выполняется ряд необходимых условий разрешимости ($A_{ij} > 0$; $B_{ij} > 0$; $A_{ij} + B_{ij} - C_{ij} < 0$), то она может быть разрешена методом прогонки [3, 4].

В качестве начальных условий (нулевого приближения) может быть принято распределение потенциала Φ для цилиндрического электрода в однородной среде. На рис. 1 представлены результаты расчетов кажущегося удельного сопротивления, измеряемого зондом АБГ-3 при движении его мимо пачки пластов с зонами проникновения. Представленный график иллюстрирует разрешающую способность и глубинность зонда БГ в данной конкретной модели среды.

Постановка задачи. Пусть в неоднородной среде, модель которой описана выше, на оси симметрии помещен источник гармонически изменяющегося электромагнитного поля, занимающий область W , имеющую форму цилиндра, радиус которого меньше радиуса скважины. Требуется определить локальное распределение полей E и H .

В качестве основного искомого параметра целесообразно взять вектор E , так как граничные условия при этом принимают наиболее простой вид. Используя известное векторное соотношение

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} a = -\Delta a + \operatorname{grad} \operatorname{div} a$$

и предполагая, что μ, ϵ — величины, всюду постоянные в рассматриваемой области, σ не зависит от времени, а $E = E_0 e^{-i\omega t}$, из системы уравнений (1) легко получить

$$\Delta E_0 + i\omega\sigma\kappa^2 E_0 = \sigma\kappa^2 \frac{\partial E_0}{\partial t},$$

где $\kappa^2 = \mu_0 \sigma_0 l_0^2 \omega_0$, μ_0, σ_0 — характерные значения электромагнитных параметров среды, l_0, ω_0 — характерные размер и частота.

Пусть вектор момента магнитного диполя M , помещенного внутрь области W , направлен вдоль ее оси. Тогда в цилиндрической системе координат, ось Z которой совпадает с осью симметрии области, вектор напряженности электрического поля будет иметь только составляющую E_φ , а вектор напряженности магнитного поля — составляющие H_r и H_z . Учитывая это, уравнения для действительной E_{10} и мнимой E_{20} компонент вектора напряженности электрического поля могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta E_{10} + \omega\sigma\kappa^2 E_{20} &= \sigma\kappa^2 \frac{\partial E_{10}}{\partial t}, \\ \Delta E_{20} - \omega\sigma\kappa^2 E_{10} &= \sigma\kappa^2 \frac{\partial E_{20}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для выбранной модели в любой точке на оси Z , за исключением точек, принадлежащих области W , $E_\varphi = 0$. Кроме того, в бесконечно удаленных точках среды напряженность $E_\varphi \rightarrow 0$. На поверхностях раздела между участками среды с различной электропроводностью должно выполняться условие непрерывности E_φ . При численном решении бесконечная область заменяется конечной, на внешней границе которой задаются приближенные условия: $E_\varphi = f(r, z)$. В качестве $f(r, z)$ может служить значение электрического поля, вычисленное по аналитическим формулам в соответствующей горизонтально-слоистой среде для точек, лежащих на внешней границе области. Если радиус области R в несколько раз больше толщины скин-слоя, то с достаточной степенью точности можно считать, что на границе объема с радиусом R выполняется условие $E_\varphi = 0$. При обычных значениях μ, ω, σ условие $E_\varphi = 0$ выполняется с хорошей степенью точности при радиусе области $R \geq 50$ м. На границе области W , радиус которой достаточно мал, принималось условие

$$E_\varphi = \frac{i\omega\mu M}{4\pi R^2} \exp(ikR) (1 - ikR) \sin \theta,$$

соответствующее распределению электрического поля магнитного диполя в однородной среде с параметрами среды, заполняющей скважину. Здесь

$$R = \sqrt{r^2 + z^2}, \quad \sin \theta = \frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}}; \quad \kappa = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+i).$$

Для решения поставленной задачи был использован метод дробных шагов [3]. Для этого исследуемая область аппроксимировалась сеткой с переменным пространственным шагом $h(r, z)$, в каждом узле которой система дифференциальных уравнений (7) заменялась разностным аналогом. Полученная при этом система алгебраических уравнений решалась методом векторной прогонки [3]. Результаты численного решения поставленной задачи для сложной модели геоэлектрического разреза иллюстрирует рисунок 2. На нем представлена кривая кажущегося сопротивления, регистрируемая зондом индукционного каротажа типа 6Ф1 при движении его мимо пачки пластов вдоль оси скважины. Из рассмотрения рис. 2 следует, что пласты с удельным сопротивлением ρ_n практически не выделяются на кривой ρ_k/ρ_c , показания зонда против пласта с удельным сопротивлением $\rho_{п.с.}$ близки к значению удельного сопротивления зоны проникновения $\rho_{п.с.}/\rho_c = 25$. Влияние скважины отсутствует практически всюду.

3. ИНДУКЦИОННЫЙ КАРОТАЖ МЕТОДОМ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Постановка задачи. Пусть в принятой нами модели в начале координат задан магнитный диполь с моментом

$$M = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ M, & t > 0 \end{cases}$$

направленным вдоль оси симметрии. В ситуациях, наиболее часто встречающихся в ИКМП, токи смещения значительно меньше токов проводимости $\left(\frac{t}{\rho\epsilon} \gg 1\right)$, а поле H_z измеряется на временах, значительно пре-

вышающих время, необходимое для распространения сигнала от источника до точки наблюдения ($t > R\sqrt{\epsilon\mu}$). Исходя из указанных предположений, из системы (1) можно получить одно уравнение относительно напряженности электрического поля

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla^2 E. \quad (8)$$

В цилиндрической системе координат с центром, совпадающим с центром источника, и осью Z , совпадающей с осью симметрии выбранной модели среды, будем иметь электромагнитное поле с компонентами $H(H_r, H_z, 0)$, $E(0, E_\varphi, 0)$. Тогда уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}. \quad (9)$$

Окружим источник электромагнитного поля цилиндрической поверхностью S , ось которой совпадает с осью Z , а радиус $r_s < a_c$. Тогда начальные условия будут иметь вид: $E_\varphi(r, z, t) = 0$ при $t = 0$ всюду вне источника поля. Граничные условия на поверхности S : $E_\varphi(r_s, z_s, t) = E_\varphi(t)$ — заданная функция. Всюду на оси симметрии, кроме области, ограниченной поверхностью S , $E_\varphi(0, z, t) = 0$. При $R \rightarrow \infty$ $E \rightarrow 0$. На поверхностях раздела между средами с различными электропроводностями выполняется условие непрерывности E_φ .

Для осуществления численного решения поставленной задачи заменяем бесконечную область ограниченной областью W с внешней границей Γ , удаленной от источника настолько, что на ней $E_\varphi(r, z, t) = 0$, и внутренней границей S , на которой априори полагаем

$$E_\varphi^s(r_s, z_s, t) = \frac{Mr_s}{16\pi l \pi} \rho_c \left(\frac{\mu}{\rho_c t} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{\mu R_s^2}{4\rho_c t} \right), \quad (9')$$

однородной среде. При $t=0$ $E_\varphi(r, z, t)=0$ всюду вне источника. На оси симметрии области $E_\varphi(0, z, t)=0$. Запишем уравнение (9) в виде

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} = L_1 E_\varphi + L_2 E_\varphi, \quad (10)$$

где

$$L_1 E_\varphi = \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{E_\varphi}{r^2}, \quad L_2 E_\varphi = \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2},$$

со следующими краевыми и начальными условиями

$$E_\varphi = \begin{cases} 0 & \text{при } r=0 \text{ и на } \Gamma \\ E_\varphi(r, z, t) & \text{на } S \end{cases}$$

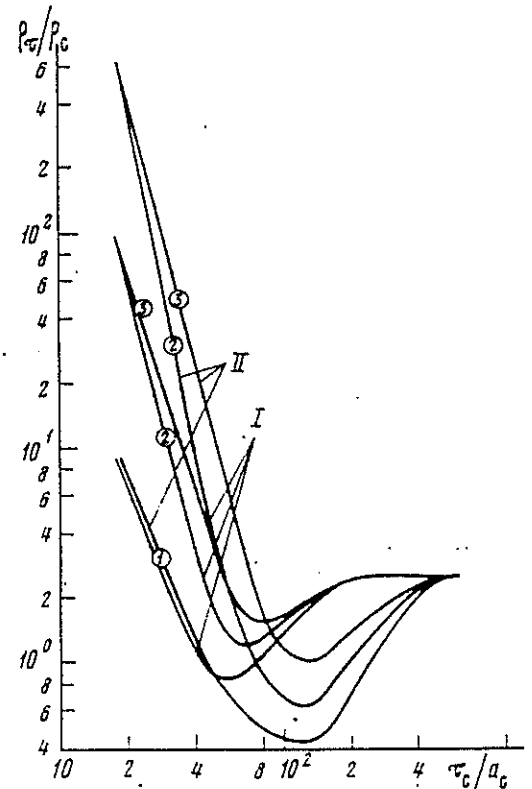
$E_\varphi(r, z, 0)=0$ всюду внутри рассматриваемой области.

Учитывая характер поведения электромагнитного поля, плавно спадающего по мере удаления от источника, берем в области W сетку с простран-

Рис. 3. Кривые кажущегося удельного сопротивления в ИКМП, отнесенные к удельному сопротивлению бурового раствора в скважине — ρ_τ/ρ_c в зависимости от

$$\tau_c/a_c = \frac{\sqrt{2\pi\rho_c t \cdot 10^7}}{a_c}.$$

Модели среды: I — $D/2a_c=4$, $\rho_{\text{з.п.}}/\rho_c=10$, $\rho_{\text{о.з.}}/\rho_c=0,25$; $D_{\text{о.з.}}/2a_c=11,6$; $\rho_{\text{п.}}/\rho_c=2,5$. II — $D/2a_c=4$; $\rho_{\text{з.п.}}/\rho_c=10$; $\rho_{\text{о.з.}}/\rho_c=0,25$; $D_{\text{о.з.}}/2a_c=5$; $\rho_{\text{п.}}/\rho_c=2,5$; $D_{\text{о.з.}}$ и $\rho_{\text{о.з.}}$ — соответственно диаметр и удельное электрическое сопротивление окаймляющей зоны. Шифр кривых: отношение длины зонда Z к радиусу скважины: 1 — $Z/a_c=5$; 2 — $Z/a_c=11$; 3 — $Z/a_c=15$



ственным шагом, увеличивающимся по геометрической прогрессии от центра области к ее периферии. Причем сетка выбирается так, чтобы граничные точки области совпадали с узлами сетки.

После аппроксимации уравнения (10) и граничных условий на выбранной сетке осуществляется численное решение поставленной задачи по разностной схеме предиктор-корректор [4], которая, как показано в [4], абсолютно устойчива и позволяет получить решение второго порядка по τ -шагу по времени.

На рис. 3 представлены результаты расчетов кривой кажущегося сопротивления, отнесенного к удельному сопротивлению бурового раствора в скважине, т. е. ρ_τ/ρ_c для модели среды, в которой между зоной проникновения бурового раствора в пласт неограниченной мощности имеется окаймляющая зона. Она обычно возникает в нефтеносных пластах при оттесне-

нии нефти от скважины буровым раствором. Из рассмотрения результатов расчетов ρ_t/ρ_c можно сделать вывод о возможности с помощью метода ИКМПП указать на наличие или отсутствие окаймляющей зоны и оценить ее параметры.

В заключение приведем конкретные параметры соответствующих разностных схем. При решении прямых задач теории бокового каротажа была использована двумерная сетка. Количество узлов вдоль оси r составляло 50, а по оси z —100. Сетка с изменяющимся по геометрической прогрессии шагом при начальном шаге, равном 2 см и основании прогрессии 1.1 и шагом по времени, равном $4 \cdot 10^{-9}$ сек. При решении прямых задач теории ИК и ИКМПП была использована двумерная сетка (100×100) с изменяющимся по геометрической прогрессии шагом. Начальный шаг в пространстве был равен 2 см, основание прогрессии 1.15. Шаг по времени равномерный, равный $4 \cdot 10^{-9}$ сек. Размер области, занимаемой источником поля, определяется расстоянием между центром сетки и третьим узлом по радиусу и удвоенным расстоянием между третьим узлом по вертикали. Как показали результаты сравнения расчетов, полученных сеточными и аналитическими методами для некоторых простых моделей сред, а также результаты сравнения расчетов при разном количестве узлов сетки, относительная погрешность численного решения рассмотренных выше задач не хуже 5%.

Таким образом, нами рассмотрено применение численных методов решения прямых задач теории каротажа, основанного на изучении стационарного, гармонически изменяющегося и нестационарного электромагнитного поля в скважине. Для всех задач при их решении характерно применение метода дробных шагов в различных модификациях и замена бесконечной области ограниченной, с приближенными граничными условиями на внешней и внутренней границах. Численное решение поставленных задач особенно эффективно тогда, когда возможности аналитических методов сильно ограничены, как это имеет место, например, в рассмотренных выше случаях.

Дальнейшее развитие вычислительных методов и техники позволит провести решение прямых задач теории каротажа в его различных модификациях для еще более сложных моделей среды и в более строгой постановке.

Министерство нефтяной промышленности
Центральная геофизическая экспедиция

Поступило
5 IX 1977

Литература

1. Дмитриев В. И., Захаров Е. В. Об интегральных уравнениях некоторого класса граничных задач электродинамики неоднородных сред. Сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 16. Изд-во МГУ, 1971.
2. Захаров Е. В. Метод интегральных уравнений в задачах электромагнитного каротажа скважин. Сб. «Электромагнитный каротаж неоднородных сред». Изд-во МГУ, 1973.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1973.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973.

ПРИКЛАДНАЯ ГЕОФИЗИКА

ВЫПУСК 93

УДК 550.832.053

Б. Н. ВПЛЬГЕ, С. Д. ЦЕЙТЛИН

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ИНДУКЦИОННОГО КАРОТАЖА ПО МЕТОДУ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

Индукционный каротаж по методу переходных процессов (ИКМПП) [1, 5] основан на изучении нестационарного электромагнитного поля, возбуждаемого в окружающих скважину породах диполем (катушка индуктивности), который питается импульсным током.

Электромагнитное поле измеряют в скважине в фиксированные моменты времени после выключения источника поля. Измерительная установка представляет собой двухкатушечный зонд, перемещаемый по скважине.

По результатам измерений для выбранных точек по глубине скважины строят кривые спада во времени электромагнитного поля, характер которых определяется электрическими и геометрическими параметрами изучаемого разреза.

Теоретической основой ИКМПП является решение прямых задач для идеализированных моделей геологического разреза. Ранее оно было выполнено [2, 5] для среды с цилиндрическими границами раздела (пласт неограниченной мощности со скважиной и зоной проникновения) и для среды с горизонтальными границами раздела (пласт ограниченной мощности без скважины и зоны проникновения).

Для разработки методики интерпретации данных ИКМПП требуется исследование модели, наиболее приближенной к реальной ситуации, модели, воспроизводящей пласт ограниченной мощности со скважиной и зоной проникновения.

Постановка задачи и способ решения

Для изучения неустановившегося электромагнитного поля в указанных выше условиях был использован численный метод решения краевой задачи электродинамики [6]. Рассматривается поле в среде, которая моделирует скважину диаметром d_c (радиус a_c) и удельным сопротивлением ρ_c , перпендикулярный скважине пласт с удельным сопротивлением ρ_n , мощностью h и вмещающие пласт породы с удельным сопротивлением $\rho_{вм}$. Пласт имеет цилиндрическую зону проникновения диаметром D и удельным сопротивлением $\rho_{зп}$.

Электромагнитное поле возникает при мгновенном выключении тока в генераторной катушке

$$I(t) = \begin{cases} I, & t \leq 0. \\ 0, & t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Характер распространения электромагнитного поля в среде определяется уравнениями Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\vec{E}}{\rho} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0; \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0; \quad \vec{B} = \mu \vec{H}; \\ \vec{D} &= \varepsilon \vec{E}. \end{aligned} \quad (2)$$

где $\vec{H}$ и $\vec{B}$ — напряженность и индукция магнитного поля; $\vec{D}$ — напряженность и индукция электрического поля; μ и ϵ — магнитная и диэлектрическая проницаемость среды.

Параметры изучаемых при помощи ИКМПП сред таковы, что поле измеряется при задержках t после выключения источника, значительно превышающих время распространения сигнала источника до точки наблюдения, поэтому $t > R\sqrt{\epsilon\mu}$ (R — расстояние между задающим и приемным диполями). В этих условиях ток смещения существенно меньше токов проводимости, так как $t/\rho\epsilon \gg 1$.

С учетом указанных ограничений систему (2) можно преобразовать в одно уравнение относительно напряженности электрического поля:

$$\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla^2 \vec{E}. \quad (3)$$

Для его решения выберем цилиндрическую систему координат (r, z, φ) так, чтобы ее начало совпадало с центром источника, а ось z была параллельна моменту $\vec{M}$ источника и совпадала с осью скважины. Тогда вследствие осевой симметрии сред электромагнитное поле будет иметь следующие компоненты H_r, H_z, E_φ .

Уравнение (3) в выбранной системе координат принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial E_\varphi r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t}. \quad (4)$$

Граничные условия задачи формулируются следующим образом:

- 1) при $t = 0$ $E_\varphi(r, z, t) = 0$ всюду вне источника, а на поверхности S малого радиуса, окружающей источник, $E_\varphi(r_s, z_s, t) = E_\varphi(t)$ — заданная функция;
- 2) на оси симметрии всюду, кроме области, занятой источником, ($|z| > |z_s|$) $E_\varphi(z, t) = 0$;
- 3) при $R = \sqrt{r^2 + z^2} \rightarrow \infty$ $E_\varphi(r, z, t) \rightarrow 0$;
- 4) на поверхностях раздела участков среды с разной электропроводностью E_φ не испытывает разрыва.

Для выполнения численного решения задачи заменим неограниченную среду областью $G(r, z)$, ограниченной цилиндрической поверхностью C_2 , соосной со скважиной и двумя горизонтальными плоскостями Γ_3 и Γ_4 . Кроме того, выделим внутреннюю область малого размера, содержащую источник и ограниченную цилиндрической C_1 и плоскими горизонтальными поверхностями Γ_1 и Γ_2 .

Решение уравнения (4) будем искать для области $G(r, z)$ при следующих условиях:

$$E_\varphi(r, z, t) = 0 \text{ при } t = 0; E_\varphi(r, z, t) = 0,$$

если r и z принадлежат Γ_3 , C_2 и Γ_4 ;

$$E_\Phi(r, z, t) = \frac{Mr}{16\pi \sqrt{\pi}} \rho \left(\frac{\mu}{\rho t} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\mu R^2}{4\rho t} \right),$$

если r и z принадлежат Γ_1 , C_1 и Γ_2 .

Уравнение (4) в области $G(r, z)$ и граничные условия заменяются конечноразностной схемой предиктор — корректор [6], которая абсолютно устойчива и позволяет получить решение второго порядка точности по t [3, 6].

Результаты ИКМПП, как и других модификаций электрического каротажа, удобно представлять в виде кажущегося удельного сопротивления, подсчитываемого в предположении, что данная неоднородная среда является однородной. В отличие от модификаций с использованием стационарных полей в нашем случае кажущееся сопротивление определяется не геометрическими параметрами зонда, а временем задержки, т. е. кажущееся сопротивление относится не к зонду, а ко времени измерения после выключения источника поля. При достаточно больших задержках поле в скважине определяется токами, текущими в удаленных частях среды. Для таких моментов времени поле в случае однородной среды имеет вид [1]

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial t} \right)_{\text{одн}} = \frac{4M}{\pi \sqrt{\pi}} \frac{1}{\rho^{3/2}} \left(\frac{\mu}{4t} \right)^{3/2}. \quad (5)$$

По аналогии с другими методами электрического каротажа для случая неоднородной среды

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial t} \right)_{\text{неодн}} = \frac{4M}{\pi \sqrt{\pi}} \frac{1}{(\rho_\tau)^{3/2}} \left(\frac{\mu}{4t} \right)^{3/2}, \quad (6)$$

откуда кажущееся сопротивление

$$\rho_\tau = \frac{\mu}{4t\pi} \left[\frac{\mu}{t} \frac{M}{(\partial B_z / \partial t)_{\text{неодн}}} \right]^{2/3}. \quad (7)$$

Функция $(dB_z/dt)_{\text{неодн}}$ является решением конкретной прямой задачи теории ИКМПП.

Рассмотрим кажущееся сопротивление для разных моделей геологического разреза.

Кажущееся сопротивление в пластах неограниченной мощности

На рис. 1 и 2 приведены расчетные кривые зависимости ρ_τ от t и ρ_τ/ρ_c от $\tau_c/a_c = \sqrt{2\pi\rho_c t} 10^7/a_c$ для двухслойной и трехслойной сред при отношении длины зонда к радиусу скважины $L/a_c = 10$.

В случае двухслойной среды (зона проникновения отсутствует) кажущееся сопротивление ρ_τ вначале отличается от удельного сопротивления пласта $\rho_{\pi 1}$, а с ростом t асимптотически прибли-

жается к ρ_n . Это отличие тем больше и сохраняется при тем больших временах t , чем ниже ρ_n . Удельное сопротивление скважин ρ_c при реализуемых в аппаратуре [4] задержках ($t > 5$ мкс) очень

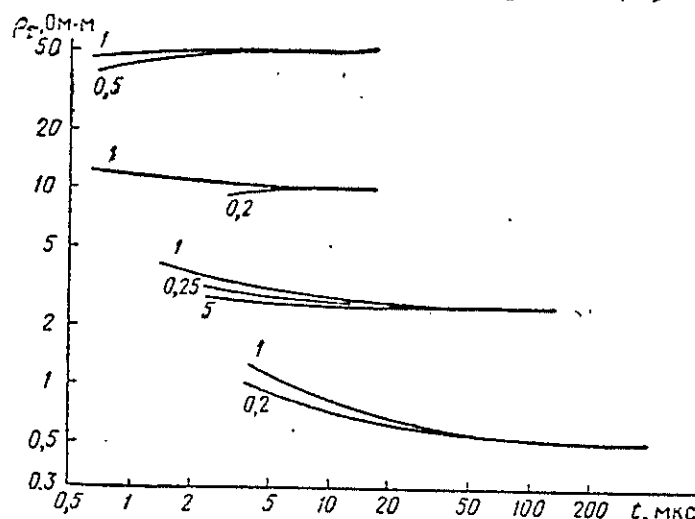


Рис. 1. Зависимость кажущегося сопротивления ρ_τ от длительности задержки t для пластов неограниченной мощности без зоны проникновения. Шифр кривых — ρ_c в Ом-м

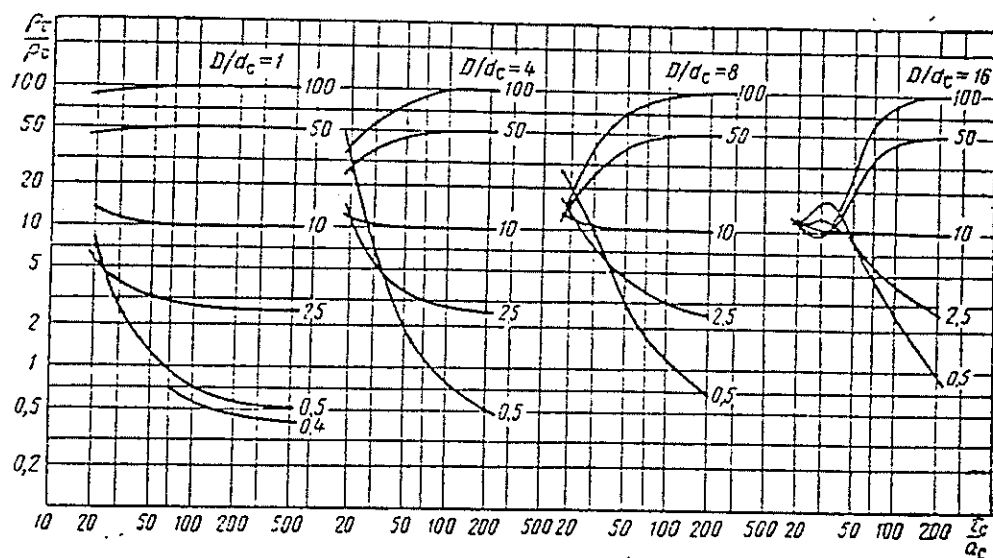


Рис. 2. Кривые ρ_τ/ρ_c для пластов неограниченной мощности с зоной проникновения. $L/a_c = 10$, $\rho_{zn}/\rho_c = 10$. Шифр кривых — ρ_n/ρ_c

мало влияет на зависимость ρ_τ от ρ_n . Рассмотренные особенности ρ_τ связаны с тем, что электромагнитные волны по скважине практически не распространяются, а скорость диффузии поля в слабо-

проводящем пласте больше, чем в пласте с высокой электропроводностью.

При наличии в пласте зоны проникновения с ростом τ_c/a_c кривые ρ_τ/ρ_c , как и в случае двухслойной среды, выходят на асимптоту, соответствующую ρ_n/ρ_c . Однако ρ_τ/ρ_c приближается к ρ_n/ρ_c при временах, несколько больших, чем в двухслойной среде. Запоздывание тем больше, чем больше диаметр зоны проникновения и меньше ее удельное сопротивление. Ход кривых $\rho_\tau/\rho_c = f(\tau_c/a_c)$ при средних значениях задержки ($\tau_c/a_c = 30 \div 100$) определяется параметрами зоны проникновения, что дает возможность оценивать эти параметры аналогично тому, как это делается по кривым БКЗ.

Следует подчеркнуть, что выход на асимптоту ρ_n/ρ_c кривых ρ_τ/ρ_c наблюдается как при повышающем, так и при понижающем проникновении (в последнем случае даже при меньших задержках), т. е. конечный результат практически не искажается проникновением в отличие от обычного индукционного каротажа, показания которого в случае глубокого понижающего проникновения определяются величиной $\rho_{эл}$.

Кажущееся сопротивление в пластах ограниченной мощности

Кривая ρ_τ против одиночного пласта ограниченной мощности симметрична относительно его середины. По форме она подобна кривой кажущегося сопротивления потенциал-зонда. Границам пласта соответствуют точки кривой со значениями ρ_τ , равными половине отклонения кривой против середины пласта. Существенным значением кажущегося сопротивления ρ_τ против пласта является максимальное или минимальное сопротивление, отсчитываемое против середины пласта.

Зависимость ρ_τ/ρ_c от τ_c/a_c в случае пластов ограниченной мощности с проникновением иллюстрируется рис. 3.

Сопоставление кривых, показанных на рис. 2 и 3, позволяет отметить следующие закономерности влияния ограниченной мощности на кажущееся сопротивление при $h/L > 4$.

1. В случае пластов низкого сопротивления ($\rho_n < \rho_{эм}$) при задержках $\tau_c/a_c < 200$ ограниченная мощность практически не сказывается на показаниях. С ростом τ_c/a_c ее влияние увеличивается, кажущееся сопротивление все в большей степени определяется удельным сопротивлением вмещающих пород и при $\tau_c/a_c \approx 1000$ ρ_c становится равным $\rho_{эм}$.

2. В пластах высокого сопротивления ограниченная мощность существенно изменяет показания уже при задержках $\tau_c/a_c > 20$. Кривые ρ_τ/ρ_c имеют максимум при $\tau_c/a_c = 25 \div 70$, соответствующий наибольшему вкладу пласта в измеряемый сигнал. После максимума кривые снижаются и, как и в предыдущем случае, при больших τ_c/a_c выходят на асимптоту $\rho_\tau/\rho_c = \rho_{эм}/\rho_c$.

3. Максимальные значения ρ_{τ}/ρ_c для пластов высокого сопротивления отличаются от ρ_{π}/ρ_c в тем большей степени, чем меньше величина h/L и выше $\rho_{\pi}/\rho_{\text{нм}}$. При отсутствии проникновения или небольшой его глубине ($D \leq 4d_c$) значения ρ_{τ} составляют не менее $0,8\rho_{\pi}$, если $\rho_{\pi}/\rho_{\text{нм}} < 20$ и $h/L \leq 8$. Минимальные значения

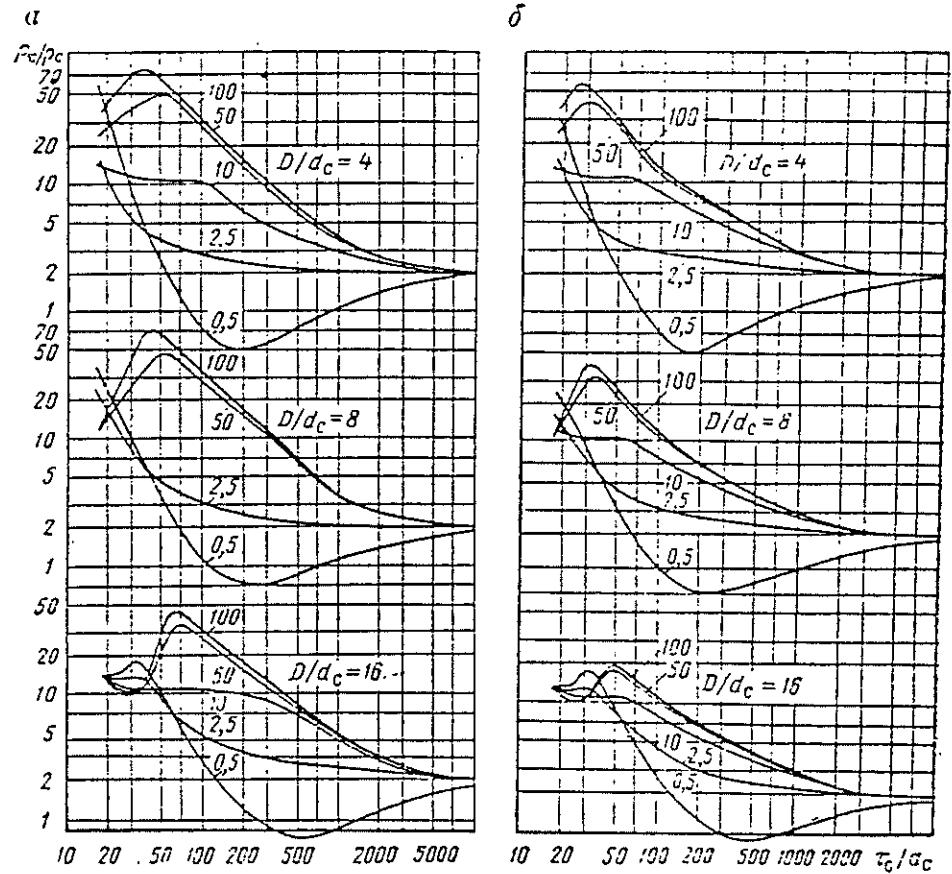


Рис. 3. Кривые ρ_{τ}/ρ_c для пластов ограниченной мощности с проникновением.

а — $h/L = 8$; б — $h/L = 4$. $L/a_c = 10$, $\rho_{\text{нм}}/\rho_c = 2$, $\rho_{\pi}/\rho_c = 10$.
Шифр кривых — ρ_{π}/ρ_c

ρ_{τ}/ρ_c для пластов низкого сопротивления при рассматриваемых h/L практически не подвержены влиянию мощности. Они мало отличаются от ρ_{π} .

4. Наличие зоны понижающего проникновения в пласте высокого сопротивления приводит к смещению вправо и снижению максимума на кривых ρ_{τ}/ρ_c тем большому, чем выше D/d_c . Зона повышающего проникновения влияет на результаты измерений в значительно меньшей степени, вызывая в основном лишь смещение значений ρ_{τ} , наиболее близких к ρ_{π} в сторону больших τ_c/a_c .

Рассмотренные особенности поведения кажущегося сопротивления ИКМПП позволяют сделать следующие выводы.

1. Индукционный каротаж методом переходных процессов дает возможность проводить радиальное электрическое зондирование путем измерения кажущегося сопротивления в разные моменты времени после выключения возбуждающего поля.

2. Скважина практически не влияет на результаты ИКМПП.

3. При помощи ИКМПП можно получать достоверные величины ρ_p в достаточно широком диапазоне его значений:

а) для пластов большой мощности — как при повышающем, так и понижающем проникновении глубиной до 10 м;

б) для пластов ограниченной мощности и низкого сопротивления ($\rho_p < \rho_{\text{вм}}$) — при $h \geq 3L$ и любом проникновении с $D \leq 3h$;

в) для пластов ограниченной мощности и высокого сопротивления ($\rho_p > \rho_{\text{вм}}$) — при $h \geq 4L$, $\rho_p/\rho_{\text{гм}} \leq 20$ и $D \leq 2h$.

В случае пластов большой мощности и пластов ограниченной мощности, но низкого сопротивления возможна оценка удельного сопротивления и диаметра зоны проникновения.

4. Определение указанных параметров необходимо производить путем сопоставления фактических кривых $\rho_\tau = f(t)$ с расчетными кривыми $\rho_\tau/\rho_c = f(\tau/a_c)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вильге Б. И., Плюснин М. И. К обоснованию индукционного каротажа методом переходных процессов. — «Изв. вузов, Геология и разведка» 1969, № 5, с. 158—165 с ил.

2. Вильге Б. И., Воскобойников Л. И. К построению переходных характеристик в средах с цилиндрическими и горизонтальными поверхностями раздела. — «Разведочная геофизика», вып. 50. М., «Недра», 1972, с. 106—109 с ил.

3. Вильге Б. И., Цейтлин С. Д. Численное решение задачи теории индукционного каротажа методом переходных процессов. — «Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли», 1976, № 7, с. 45—48 с ил.

4. Индукционный каротаж методом переходных процессов. — «Прикладная геофизика», вып. 77. М., «Недра», 1975, с. 198—202 с ил. Авт.: Б. И. Вильге, М. И. Плюснин, Н. В. Алексеев и др.

5. Кауфман А. А., Соколов В. П. Теория индукционного каротажа методом переходных процессов. Новосибирск, «Наука», 1972. 106 с. с ил.

6. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973. 247 с.

УДК 622.24

С. Д. ЦЕНТЛИН, В. И. ИВАННИКОВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЦИРКУЛЯЦИОННОЙ СИСТЕМЕ ГАЗОПРОЯВЛЯЮЩЕЙ СКВАЖИНЫ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛОЖЕНИЯ И СКОРОСТИ ПОДЪЕМА ГАЗИРОВАННОЙ ПАЧКИ

Проводка глубоких и сверхглубоких скважин на газовых и нефтяных месторождениях требует улучшения технологии процесса бурения и контроля над ним. Например, для увеличения скорости и эффективности бурения (обнаружения относительно тонких пластов с малым пластовым давлением) необходимо повсеместно внедрить бурение с минимальной репрессией на пласт. Однако при этом возможны осложнения. Одно из наиболее опасных и распространенных — газопроявление, приводящее к открытому выбросу и фонтану.

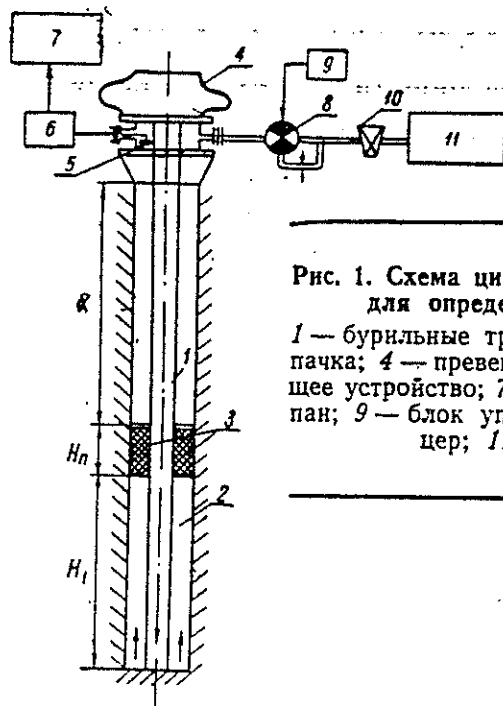


Рис. 1. Схема циркуляционной системы скважины и устройств для определения положения газированной пачки

1 — буровые трубы; 2 — ствол скважины; 3 — газированная пачка; 4 — преентор; 5 — датчик давления; 6 — регистрирующее устройство; 7 — микро-ЭВМ; 8 — быстродействующий клапан; 9 — блок управления клапаном; 10 — управляемый штуцер; 11 — емкости с буровым раствором

Обычно после обнаружения газа в кольцевом канале бурение останавливают и с помощью регулируемого штуцера создают противодействие на пласт с целью прекращения поступления газа. При этом газированный столб отрывается от забоя и под действием архимедовой силы поднимается по кольцевому пространству скважины. Степень газированности поднимающейся пачки может быть различной по длине; пачка почти всегда содержит чистый газ, накапливающийся во время полной герметизации скважины при измерении пластового давления. По мере подъема газосодержание в газированном столбе меняется, так как газ расширяется. Необходимо удалить газ из ствола скважины, поддерживая на забое такое давление, которое не позволит пласту выде-

меньше давления гидроразрыва пластов. Для этого необходимо знать положение, размеры и скорость подъема газированного столба жидкости [5, 6].

Цель данной работы — проанализировать возможность определения положения и скорости движения верхней границы газированной пачки, поднимающейся в кольцевом пространстве скважины, с помощью гидролокации. Такой способ уже применяется, например, для определения границы газа и жидкости [2].

Рассмотрим вертикальную скважину глубиной L , диаметром D_1 (рис. 1). Через бурильные трубы диаметром D_2 поступает буровой раствор с объемным расходом q_0 , плотностью ρ , реологические свойства которого аппроксимируются степенной моделью с постоянными K и N . Часть кольцевого пространства скважины заполнена газированной пачкой длиной H_n , причем нижняя кромка ее находится на расстоянии H_1 от забоя (см. рис. 1). Поскольку процессы, связанные с распространением динамических возмущений в канале, несравненно быстротечнее, чем процессы, связанные с переносом жидкости и газа, будем считать положение газированной пачки фиксированным, а газожидкостную смесь — гомогенной.

Распространение динамических возмущений в трубах, заполненных вязкой жидкостью, может быть описано нестационарной одномерной системой дифференциальных уравнений [4]:

$$\begin{cases} \frac{\rho}{f} \cdot \frac{\partial q}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{c}{s} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\rho c^2}{f} \cdot \frac{\partial q}{\partial z} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь скорость звука в гомогенной газожидкостной смеси определяется, согласно [5]:

$$c^2 = \left\{ [\alpha \rho_r + (1-\alpha) \rho_{ж}] \left[\frac{\alpha}{\rho_r c_r^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_{ж} c_{ж}^2} \right] \right\}^{-1} \quad (2)$$

При газосодержании $\alpha=0$ (отсутствие газа) $c=c_{ж}$. При газосодержании $\alpha=1$ (отсутствие жидкой фазы) $c=c_r$. Зависимость (2) имеет минимум при $\alpha \approx 0,5$; величина c в этом случае много меньше c_r и $c_{ж}$.

[5]. Сечение канала в круглой трубе равно $f_1 = \frac{\pi D_1^2}{4}$, в кольцевом

канале — $\bar{\tau} = K(\dot{\gamma}_1)^N = A_1 \delta_1 q''$. Напряжение трения при течении в круглой

трубе неньютоновской жидкости $f_2 = \frac{\pi}{4} (D_1^2 - D_2^2)$, а в кольцевой трубе

$$\tau = K(\dot{\gamma}_2)^N = A_2 \delta_2 q''.$$

где γ_1 и δ_1 соответственно скорость сдвига на стенке и гидравлический радиус бурильной трубы, а γ_2 и δ_2 — скорость сдвига на стенке и гидравлический радиус кольцевого пространства скважины. Таким обра-

зом, систему дифференциальных уравнений (1) можно представить в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\rho c^2}{f_i} \frac{\partial q}{\partial z}, \quad \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{f_i}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial z} + A_1 q^N \right), \quad i=1,2, \quad (3)$$

$$\text{где } A_1 = \frac{4K}{D_2} \left[\frac{32}{\pi D_2^3} \frac{3N+1}{4N} \right]^N, \quad A_2 = \frac{4K}{D_1 - D_2} \left[\frac{48}{(D_1 - D_2)(D_1^2 - D_2^2)} \right]^N$$

Значение плотности ρ и скорости звука c меняется вдоль канала в зависимости от положения, размера и газосодержания газожидкостной пачки. За начальные условия принималось стационарное распределение $P(z)$ и $q(z)$, соответствующее стационарному течению в циркуля-

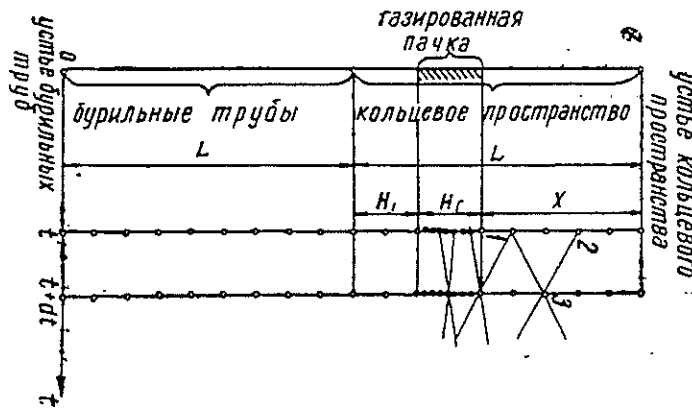


Рис. 2. Плоскость переменных (z, t) с двумя семействами характеристик

ционной системе при заданном расходе q_0 . Граничное условие на устье буровых труб соответствовало постоянному расходу, т. е. $q(t, 0) = q_0$. В качестве граничных условий на устье кольцевого пространства принималось условие [5]:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \frac{q^2}{f_2^2} \left[\left(\frac{f_1(t)}{f_2} \right)^2 - 1 \right] \quad (4)$$

Система дифференциальных уравнений (3), описывающая распространение динамических возмущений в циркуляционной системе скважины, представляет гиперболическую систему; поэтому один из наиболее естественных способов ее решения — метод характеристик [4]. Анализ системы (3) указывает на существование в плоскости (z, t) системы двух семейств характеристик с наклоном $\gamma = dz/dt = \pm c$ [4]. Таким образом, в той части канала, где находится жидкость, эти характеристики имеют вид прямых с наклоном, соответствующим $\pm c$, а там, где расположена газожидкостная пачка, наклон характеристик определяется соотношением (2) (рис. 2). Из точек, соответствующих границам жидкости и газожидкостного столба, исходят две характеристики с различным наклоном (см. рис. 2).

Это приводит к необходимости выбирать различные шаги пространственной сетки (H) в зависимости от того, где находится узел сетки. Шаг по времени (T) выберется везде одинаковым $T = H/c$. Учитывая, что

$$\frac{d}{dz} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{dz}{dt},$$

на характеристиках (индекс 1 можно опустить):

$$\begin{cases} \frac{f}{\rho} d\rho + c dq + \frac{cA}{\rho} q^N dt = 0 \\ d\rho - \frac{\rho c}{f} dq - cA q^N dt = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Первое соотношение выполняется для характеристики, проходящей через точки 1, 3, а второе — через точки 2, 3. Аппроксимируя конечными разностями значения дифференциалов в выражении (5), получим алгебраическую систему относительно давления и расхода в точке 3:

$$\begin{cases} \frac{f}{\rho} \rho_3 + c q_3 = \frac{Af}{\rho} q_1^N dx + \frac{f}{\rho} \rho_1 + c q_1 \\ \rho_3 - \frac{\rho c}{f} q_3 = A q_2^N dx + \rho_2 - \frac{\rho c}{f} q_2 \end{cases} \quad (6)$$

Таким образом, предполагая известными давление и расход в момент времени t (значения P_1, q_1, P_2, q_2), определяем их значения в точке 3, соответствующей времени $t+dt$ как (P_3, q_3) . В верхнем сечении кольцевого канала для определения текущих P_3, q_3 используется первое соотношение из системы (6) и соотношение (4). В точках канала, соответствующих границам жидкости и газированного раствора, а также забою, где жидкость из буровых труб поступает в кольцевое пространство, производится согласование решений. После определения давления и расхода в момент времени $t+dt$ из решения системы (6) переходим к следующему шагу по времени и так до тех пор, пока не будет пройден весь интересующий нас временной интервал.

Рассмотрим распространение ударной волны в циркуляционной системе скважины, которая находится в процессе бурения, при наличии в кольцевом канале газированной пачки (известны ее положение, газосодержание и размер). Ударная волна возбуждается на устье кольцевого пространства резким изменением проходного сечения выходного канала. Важно, чтобы время изменения было меньше $2x/c$, а интенсивность (несколько атмосфер) можно было легко регулировать соотношением начальной и конечной площадей канала. При этом x — расстояние от устья скважины до верхней границы пачки. Определяя момент прихода отраженной от верхней границы (t_1) волны и зная скорость распространения звуковых колебаний в промысловой жидкости (c), можно установить положение верхней границы пачки $x_1 = ct_1/2$. Если через время Δt определить ее новое положение, можно легко вычислить скорость всплытия газированной пачки: $v = (x_2 - x_1)/\Delta t$.

Коэффициент отражения зависит от соотношений скоростей звука и плотностей [1].

$$m = \frac{\rho_{гж}}{\rho_{ж}}, \quad n = \frac{c_{ж}}{c_{гж}}, \quad K = \frac{m-n}{m+n}, \quad (7)$$

где $\rho_{гж}, c_{гж}$ — плотность и скорость звука в газожидкостной смеси. Обычно при газосодержаниях, представляющих практический интерес ($\alpha > 0,05$), величина K близка к единице, т. е. происходит почти полное отражение от верхней границы газированной пачки.

Изменение расхода вдоль канала в различные моменты времени показано на рис. 3, а. Геометрия канала: $L=5000$ м, $D_1=0,224$ м,

$D_2=0,121$ м. Раствор с начальным объемным расходом $q_0=10^{-2}$ м³/с и плотностью $\rho=1200$ кг/м³ имел реологию, аппроксимированную степенной моделью с $\kappa=0,22$; $N=0,5$. Площадь кольцевого канала на

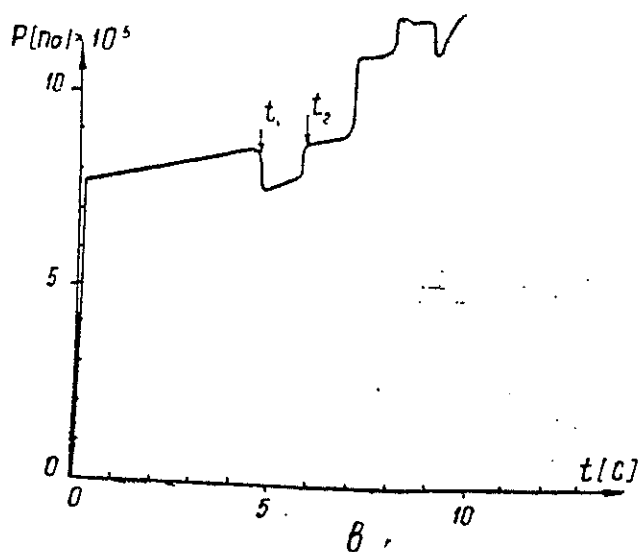
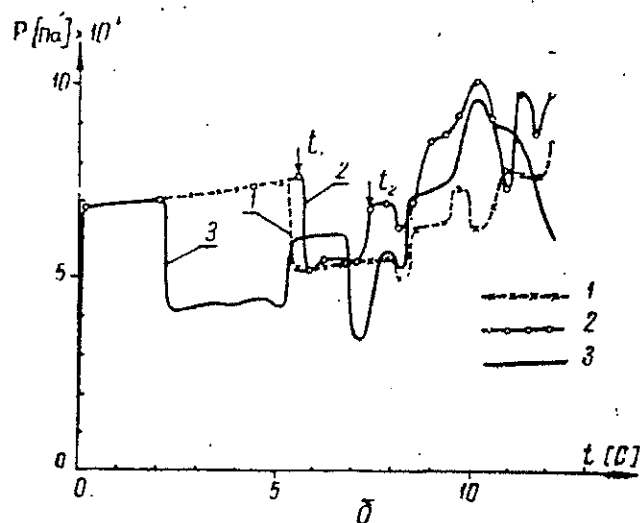
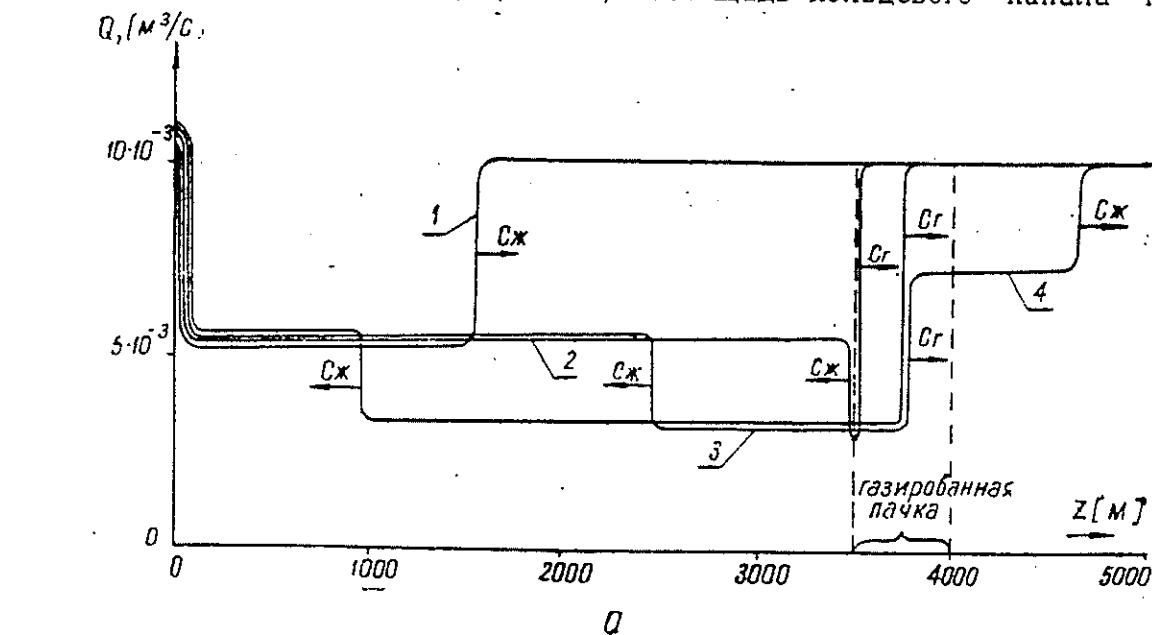


Рис. 3. Изменения расхода жидкости вдоль канала скважины (а), давления на устье кольцевого пространства при подъеме газированной пачки (б) и нефтяного столба (в)
а — 1—4— t (с): 1—1,1231; 2—2,769; 3—3,538; 4—4,602; б — 1—3— x (м), H_{π} (м): 1— x —3500, H_{π} —500; 2— x —3750, H_{π} —500; 3— x —2500, H_{π} —500; 4— x —3500 м, H_{π} —500 м

газосодержанием $\alpha=1$, длиной $H_n=500$ м находилась в 3500 м от устья скважины. Скорость звука в жидкости и газе — $c_{ж}=1300$ м/с, $c_r=350$ м/с.

Изменение во времени давления на устье кольцевого канала представлено на рис. 3, б. Ударная волна ($6 \cdot 10^5$ Па) достигает верхней границы газированного столба и, частично отразившись, возвращается на устье через время $t_1=2 x/c_{ж}$ (см. рис. 3, а, б). Возмущение, прошедшее первую границу, двигаясь со скоростью звука в газе, достигает второй границы газ — жидкость и, частично отразившись, приносит информацию о расположении второй границы (время t_2 на рис. 3, б).

На основании расчетов можно определить положение верхней границы газированной пачки, если использовать очень вязкие растворы. Положение нижней границы, как правило, устанавливается приблизительно, так как обычно газосодержание пачки $\alpha < 1$, причем α меняется вдоль пачки, что, согласно (2), не позволяет точно определить в ней скорость звука. Поскольку в процессе подъема газосодержание газированной пачки повышается и стремится к 1, а путь ударной волны в вязкой жидкости уменьшается, то точность определения положения пачки, размеров и скорости всплытия возрастает.

Приход отраженной волны от забоя можно видеть из рис. 3, б. Дальнейшее поведение давления сложно, так как происходит суперпозиция волн, отраженных от всех границ, причем времена их прихода и степень затухания также резко различаются. На рис. 3, в приведено изменение давления на устье кольцевого пространства при подъеме в нем нефтяного столба. Как следует из решения задачи, можно определять его положение и размеры. Величина скорости всплытия позволяет судить о том, какой вид флюида находится в скважине. Разрушения в канале скважины при прохождении ударной волны, возбуждаемой для измерений, не должны происходить, так как при периодически повторяющихся спуско-подъемных операциях ствол скважины испытывает гораздо более сильные динамические перегрузки.

На рис. 1 изображены схема скважины и расположение узлов, необходимых для реализации предлагаемой методики. Положение газированной пачки и скорость ее всплытия определяются следующим образом: быстродействующий клапан 8 срабатывает под действием сигнала блока управления 9, резко изменяя площадь проходного сечения канала, соединяющего кольцевое пространство скважины 2 с буровыми емкостями 11; возникшая при этом ударная волна устремляется вниз по кольцевому пространству скважины и частично отражается от верхней границы столба газированной жидкости 3; датчик давления 5 фиксирует пришедшую отраженную волну давления, регистрирующее устройство 6 маркирует временной промежуток, соответствующий прохождению ударной волны от устья скважины до газированной пачки 3 и обратно, и преобразует его в число, которое с помощью встроенных в микро-ЭВМ (7) программ, определяет расстояние X от устья скважины до верхней границы пачки 3.

Определяя аналогично новое положение верхней границы газированной пачки через фиксированный момент времени, устанавливают скорость ее подъема. Результаты высвечиваются на дисплее микро-ЭВМ (7), а также фиксируются во внешнем накопителе и внутренней памяти ЭВМ, что необходимо для последующих технологических расчетов, в частности, оценки размеров и газосодержания газированной пачки.

Возможность периодически измерять положение и скорость подъема газированной пачки в стволе газопроявляющей скважины позволит точнее решить ряд технологических задач, возникающих при ее глуше-

времени подхода газа к устью скважины. Это особенно важно в следующих случаях: 1) нельзя контролировать забойное давление с помощью буровых труб (трубы полностью или частично вынуты из скважины); 2) обвалились стенки необсаженной части скважины; 3) промыты буровые трубы; 4) невозможна циркуляция раствора (неисправны насосы или засорены сопла долота); 5) газ поступает из пластов, расположенных выше забоя и т. п.

Рассмотренный метод позволит повысить безопасность глубокого бурения в условиях минимальной репрессии на пласт, значительно увеличить скорость проводки скважины и улучшить геологическую эффективность разведочного бурения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских А. М. Волны в слоистых средах. М., 1977.
2. Пантелеев Г. В. и др. Устройство для создания акустического импульса при отбивке уровней в межтрубном пространстве скважин. — Тр. МИНХиГП, 1977.
3. Холлис Г. Одномерные двухфазные течения. М.: Мир, 1972.
4. Чарный П. А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975.
5. Ясашин А. М., Аветов Р. В. Результаты исследований метода оперативного контроля за газопроявлением в бурящихся скважинах. — Нефтяное хозяйство, 1980, № 11.
6. Rehm B., Hebert H. R. I. Key rules highlight common well-control problems. — J. oil and gas, 1974, vol. 72, N 31.

ВНИГНИ



УДК 622.7.091.2

Прогнозирование результатов гидравлической классификации. Смирнов А. А., Небера В. П. 9 с. Установлен характер изменения параметров промежуточных продуктов цикла измельчения при подаче отмывочных вод корпуса обогащения в тяжелых средах (КОТСа) в спиральный классификатор первой стадии классификации. При этом, опираясь на экспериментальные данные эксплуатации классифицирующего аппарата, вычислены константы уравнения массопереноса, связывающего извлечение класса крупности с гранулометрическим составом исходного и характеризующего данный спиральный классификатор. Проведено графическое построение отмеченной зависимости для сравнения при исходном продукте питания — продукте измельчения первой стадии, и исходном питании — отмывочных водах КОТСа. Деп. в ВИНТИ, № 1582-85. Деп. от 28.02.85.

4. Дмитриев В. И. Электромагнитные поля в неоднородных средах.— М.: Изд-во МГУ, 1969.— 132 с.
5. Мандельбаум М. М., Пузырев Н. П., Рыхлинский Н. П. и др. Прямой поиск углеводородов геофизическими методами.— М.: Наука, 1988.— 182 с.

МГУ
Москва

Поступила в редакцию
16 мая 1988 г.

V. I. Dmitriev, S. N. Davydycheva
MATHEMATICAL SIMULATION
OF FREQUENCY ELECTRICAL PROSPECTING
DIFFERENTIAL METHODS

Electrical prospecting method based on measuring the electrical field derivatives with respect to horizontal co-ordinate and frequency is investigated by mathematical simulation. Capacity of this approach for separating field anomalies from deep-bedding and near-surface medium inhomogeneities as well as for eliminating the influence of the latter is analyzed. Investigations are carried out in the wave zone of the source. Optimal frequencies and differentiation step depending on the depth of investigated inhomogeneities are determined. The resolving power of the method is investigated.

УДК 550.832.9

А. С. КАШИК, С. Д. ЦЕЙТЛИН
ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО СПОСОБА
БАРОМЕТРИИ СКВАЖИН

Приводится теория дифференциального способа барометрии скважин, основанного на измерении второй разности от распределения давления вдоль скважины, величина которой зависит от коллекторских свойств проявляющего (или поглощающего) пласта, вязкости флюида, пластового давления и т. п. Показано, что в ряде случаев в комплексе с другими методами ГИС этим способом можно измерять проницаемость межзерновых коллекторов.

Дифференциальный способ барометрии основан на измерении второй разности поля давления ($\Delta^2 P$) в скважине и может быть использован для определения местоположения и фильтрационных свойств поглощающего (или проявляющего) пласта, качества перфорации обсадной колонны, выявления положения трещин и т. п.

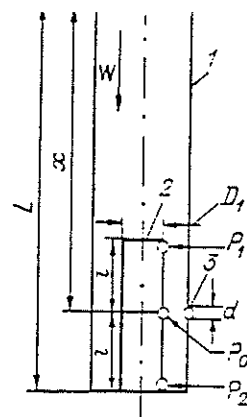
Зонд для измерения второй разности представляет собой цилиндрический снаряд диаметром D_1 и длиной $2l$ [1], который позволяет, измеряя давление в трех точках (P_1, P_0, P_2) скважины (рис. 1), определить вторую разность давления $\Delta^2 P = P_1 + P_2 - 2P_0$ или ее нормированный аналог

$$Q = \frac{2 \left(\frac{P_1 + P_2}{2} - P_0 \right)}{P_0}.$$

Значение $\Delta^2 P$ может быть получено с помощью специальных высокочувствительных дифференциальных манометров. Показание такого дифференциального манометра будет зависеть от разницы падений давления на плечах зонда, получаемых за счет разницы величин объемных потоков, возникающей в интервале проявления или поглощения. Величина $\Delta^2 P$ зависит также от длины плеча l , величины зазора ($D_2 - D_1$), вязкости жидкости (η), коллекторских свойств пласта и т. п.

В начале рассмотрим решение задачи, связанной с проведением стендового эксперимента, позволяющего установить связь между величиной второй разности, размерами зонда, вязкостью жидкости и диаметром отверстия в трубе, с помощью которого изменяется объемный рас-

ход жидкости в системе (см. рис. 1). Экспериментальная установка представляла собой вертикальную трубу длиной L и диаметром D_2 , заполненную жидкостью с плотностью ρ и вязкостью η , на дно которой опущен дифференциальный манометр, имеющий вид цилиндра длиной $2l$ и диаметром D_1 . На расстоянии l от дна трубы напротив среднего датчика давления находится отверстие диаметром d , с помощью которого можно изменять расход вытекающей жидкости.



Необходимо определить зависимость Q от диаметра отверстия d в трубе. Запишем значения давления в трех точках трубы, в которых расположены датчики дифференциального зонда:

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \rho g x + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^T \cdot (x - l) + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K \cdot l; \\ P_1 &= \rho g (x - l) + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^T \cdot (x - l); \\ P_2 &= \rho g (x + l) + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^T \cdot (x - l) + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K \cdot l \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^T$ — потери давления на трение в трубе; $\left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K$ — потери давления на трение в кольцевой трубе; x — расстояние от поверхности жидкости до отверстия; ρ — плотность жидкости; g — ускорение свободного падения.

Подставляя (1) в выражение для Q , получим:

$$Q = \frac{P_1 + P_2 - 2P_0}{P_0} = \frac{\left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K}{\left[\rho g x + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^T \cdot (x - l) + \left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K \cdot l \right]} \cdot l. \quad (2)$$

Как следует из выражения (2) чувствительность метода будет расти с увеличением длины плеча l и величины потерь давления в кольцевой трубе, образованной стенками трубы и зонда $\left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K$.

Отметим, что скорость истечения жидкости из отверстия (v) и расход (q) зависят от высоты столба жидкости x : $v = \sqrt{2gx}$; $q = \frac{\pi}{4} d^2 v$.

Запишем выражения для потерь давления в цилиндрической и кольцевой трубе при ламинарном течении в них ньютоновской жидкости (воды) [2]:

$$\left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^T = \frac{8\eta q}{\pi R_2^4} = \frac{2\eta v d^2}{R_2^4} = \frac{32\eta v d^2}{D_2^4}; \quad (3)$$

$$\left(\frac{dP}{dx} \right)_{\text{ТР}}^K \approx \frac{8\eta q}{\pi \left[(R_2^4 - R_1^4) - \frac{(R_2^2 - R_1^2)^2}{\ln(R_2/R_1)} \right]} = \frac{32\eta v d^2}{(D_2^4 - D_1^4) - \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\ln D_2/D_1}}. \quad (4)$$

Тогда после подстановки (3) в (4) выражение (2) примет вид:

$$Q = \frac{\frac{32\eta v d^2}{(D_2^4 - D_1^4) - \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\ln D_2/D_1}} \cdot l}{\left[\rho g x + \frac{32\eta v d^2}{D_2^4} (x - l) + \frac{32\eta v d^2 \cdot l}{(D_2^4 - D_1^4) - \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\ln D_2/D_1}} \right]}. \quad (5)$$

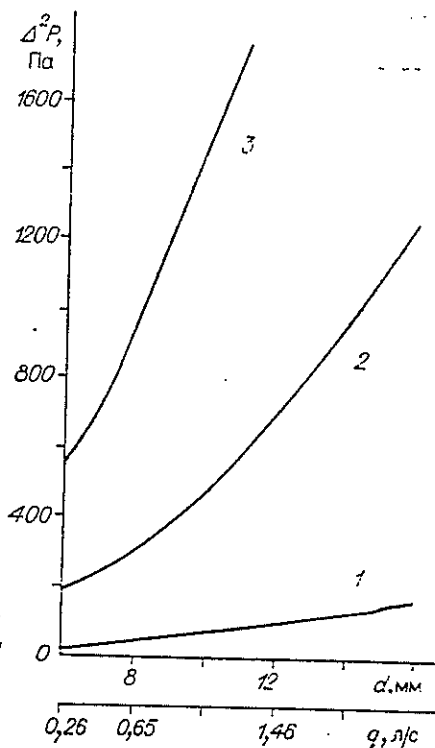


Рис. 2. Теоретическая зависимость второй разности давления ($\Delta^2 P$) от диаметра отверстия в трубе (d) и расхода жидкости (q).

1 — $D_1 = 0,08$ м; $D_2 = 0,1$ м; 2 — $D_1 = 0,09$ м; $D_2 = 0,1$ м; 3 — $D_1 = 0,09$ м; $D_2 = 0,096$ м.

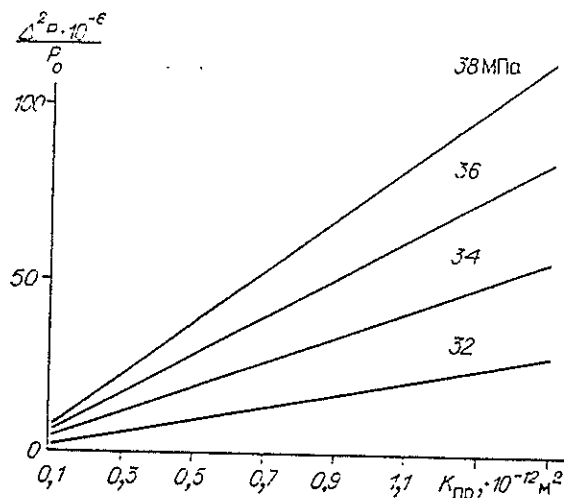


Рис. 3. Теоретическая зависимость нормированной второй разности ($\Delta^2 P/P_0$) от проницаемости пласта ($K_{пр}$) при различных значениях пластового давления ($P_{пл}$).

На рис. 2 приведены результаты расчета по формуле (5) для следующих условий эксперимента: $\rho = 10^3$ кг/м³; динамическая вязкость $\eta = 0,001$ Па · с; $D_1 = 0,08-0,095$ м; $D_2 = 0,1$ м; $l = 1,5$ м; $L \approx 10$ м.

Как видно из приведенного рис. 2:

1. Зависимость параметра Q от диаметра отверстия d носит нелинейный характер;
2. Требование к чувствительности датчиков падает при уменьшении зазора между трубой и зондом;
3. При изменении диаметра отверстия от 5 до 20 мм объемный расход меняется в диапазоне, представляющем интерес для практики;
4. Чувствительность датчиков давления должна быть не хуже нескольких сот паскалей;
5. Увеличение вязкости жидкости позволяет фиксировать более малые расходы.

Рассмотрим решение второй задачи, позволяющей определить связь между второй разностью давления $\Delta^2 P$ (или параметром Q) и параметрами пласта межзерновой пористости мощности h , залегающего на глубине X .

В этом случае объемный расход пласта согласно формуле Дюпюи имеет вид:

$$q = - \frac{2\pi K_{пр} h}{\mu} (P_{пл} - P_{ск}) \ln \frac{R_к}{R_2}, \quad (6)$$

где q — приток жидкости к скважине; $P_{пл}$ — пластовое давление; $P_{ск}$ — давление в скважине; $R_к$ — радиус невозмущенного пласта.

Получим общий вид значения Q в случае, когда измерения производятся для выявления поглощающего или проявляющего пласта мощности h с проницаемостью $K_{пр}$, насыщенного флюидом с динамической вязкостью μ .

$$Q = \frac{\mu [(D_2^4 - D_1^4) - (D_2^2 - D_1^2)^2 / \ln D_2 / D_1]}{\rho g x + \frac{256 \eta \cdot K_{\text{пр}} h (P_{\text{пл}} - P_c) \ln R_K / R_2 (x - l)}{\mu D_2^4} + \frac{256 \eta K_{\text{пр}} h (P_{\text{пл}} - P_c) \ln R_K / R_2 l}{\mu [(D_2^4 - D_1^4) - (D_2^2 - D_1^2)^2 / \ln D_2 / D_1]}}$$

Эта формула позволяет проанализировать зависимость Q от проницаемости ($K_{\text{пр}}$), мощности пласта (h), пластового ($P_{\text{пл}}$) и забойного давления (P_c), а также геометрии скважины (D_2, x) и прибора (D_1, l), плотности (ρ), вязкости бурового раствора (η) и вязкости пластового флюида (μ).

Аналогичную формулу можно записать в случае, если реология бурового раствора аппроксимируется неньютоновской жидкостью. Можно также получить поправку в случае, когда не выполняется закон Дарси.

На рис. 3 приведены результаты расчетов $Q = f(K_{\text{пр}})$ для случая: $X = 3000$ м; $D_2 = 0.216$ м; $D_1 = 0.19$ м; $l = 1.5$ м; $\rho = 10^3$ кг/м³; $P_{\text{пл}} = 32, 34, 36, 38$ МПа; $h = 1$ м; $K_{\text{пр}} = (0.1 \div 2) \cdot 10^{-12}$ м²; $\mu = \eta = 10^{-3}$ Па·с.

Абсолютное значение второй разности можно получить, умножая $Q \times P_0$. Так для $X = 3000$ м; $P_{\text{пл}} = 36$ МПа; $K_{\text{пр}} = 0.1 \cdot 10^{-12}$ м²; $Q = 5 \cdot 10^{-6}$, т. е. $\Delta^2 P = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7 \approx 150$ Па. Такая величина легко фиксируется современными манометрами.

Основные выводы, которые можно сделать из проведенных расчетов, следующие:

1. Существующие в настоящее время датчики давления позволяют создать зонды для измерения второй разности давления в диапазоне реальных для практики проницаемостей, пластовых давлений и вязкостей флюидов.

2. Построена теория дифференциальной барометрии, которая в комплексе с другими методами каротажа позволит определять положение проявляющего (поглощающего) пласта и определить пластовое давление, дебит и его коллекторские свойства.

3. Метод дифференциальной барометрии может использоваться также для определения качества перфорации колонны, зон повышенной трещиноватости, качества трещины гидроразрыва и т. п.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. 1165776. СССР. Устройство для измерения давления в скважине/Рыхлинский Н. И., Кашик А. С., Мандельбаум М. М. и др. Оpubл. в Б. И., 1985. № 25.
2. Маковей Н. Гидравлика бурения. — М.: Недра, 1986. — 536 с.

ПГЭ
Москва

Поступила в редакцию
22 сентября 1988 г.

A. S. Kashik, S. D. Zeitlin

THEORY OF WELLS BAROMETRY DIFFERENTIAL METHOD

The theory of wells barometry differential method is presented; this method is based on the measurement of the second difference of pressure distribution along the well. This difference value depends on reservoir properties of developing (or absorbing) formation, fluid viscosity, reservoir pressure, etc. It is shown that in a number of cases this method allows to measure intergrain reservoir permeability in combination with other well logging methods.

ТЕХНИКА ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

УДК 556.343.24

С. Д. ЦЕЙТЛИН, В. М. ИЛЬИНСКИЙ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПЫТАНИЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНОГО ПЛАСТА С УЧЕТОМ ТЕЧЕНИЯ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ В СКВАЖИНЕ И ШТУЦЕРЕ

Решена двумерная задача нестационарной фильтрации в слоисто-неоднородном коллекторе, сложенном пластами с резко отличающимися коллекторскими свойствами. В модели (вместо традиционно принимаемого условия постоянства дебита на стенке скважины) учитывается влияние на распределение давления в системе двухфазного течения в скважине и штуцере. В такой постановке граничное условие переносится на выход из штуцера, а величина депрессии и дебит флюида из пачки пластов получаются в результате решения задачи. Математическая модель позволяет исследовать процессы, возникающие при гидродинамических испытаниях и разработке пластов сложного строения.

При изучении сложнопостроенных нефтяных коллекторов важны гидродинамические исследования пластов, результаты которых позволяют определить тип коллектора и его свойства. Однако принятая в настоящее время теория, представляющая возможность количественно интерпретировать результаты испытаний, недостаточно точно позволяет установить эти свойства, особенно если продуктивные пласты имеют сложное строение и содержат флюид с высоким газосодержанием.

В работе рассмотрено численное решение задачи нестационарной однофазной фильтрации из слоисто-неоднородного пласта, который представляет собой пачку пластов с резко различными коллекторскими свойствами. Подобная постановка задачи важна для изучения процессов, происходящих при разработке нефтяных месторождений, сложенных неоднородными пластами, с целью нахождения таких режимов, которые позволили бы повысить нефтеотдачу. Математическая модель системы, наряду с пластами, включает скважину и штуцер, через которые протекает газожидкостный поток. Распределение давления в системе в каждый момент времени определяется параметрами пластов, скважины, штуцера и свойствами флюида.

На рис. 1 приведен общий вид рассматриваемой модели, состоящей из трех пластов мощностью H_1, H_2, H_3 с зонами измененных прискважинных параметров радиусов R_1, R_2, R_3 и коллекторскими свойствами K_1, ϕ_1, C_1 ($i = 1, 2, \dots, 6$).

Рассматривая средний пласт небольшой мощности ($H_2 \ll H_1, H_3$) с повышенной проницаемостью ($K_2 \gg K_1, K_3$), можно проанализировать на построенной модели поведение трещинно-пористого пласта в процессе гидродинамических испытаний и при его разработке [1, 2]. Пласты ($i = 1, 2, 3$) вскрыты вертикальной скважиной радиуса R_0 , причем каждый из пластов может иметь прискважинную зону с измененными коллекторскими свойствами.

В цилиндрической системе координат процесс нестационарной фильтрации в этой системе описывается следующими уравнениями [1, 2]:

$$\phi_1 C_1 \mu \partial P / \partial t = 1/r \cdot \partial / \partial r (r K_1 \partial P / \partial r) + \partial / \partial z (K_1 \partial P / \partial z), \quad (1)$$

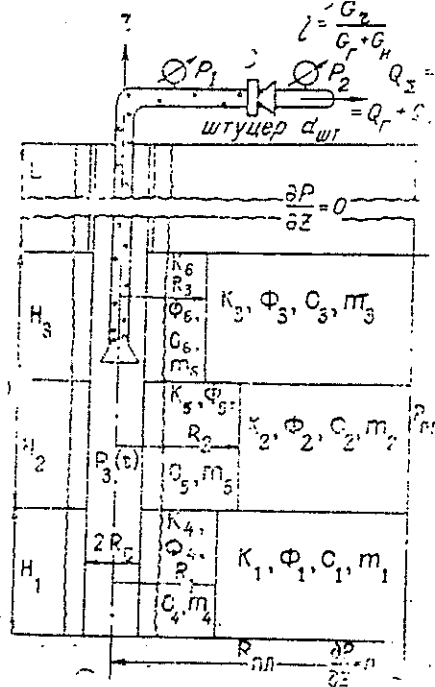


Рис. 1. Общий вид модели

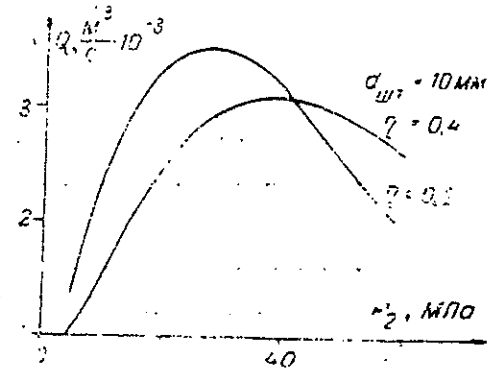
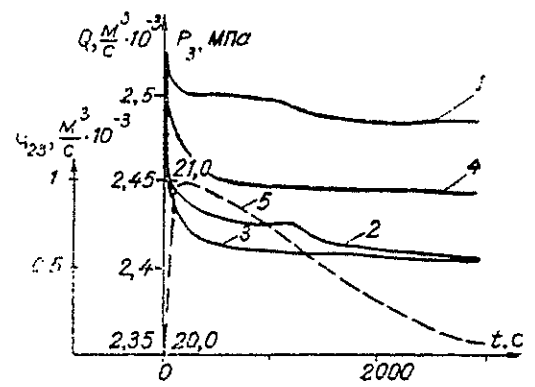


Рис. 2. Вверху. Изменение забойного давления P_3 (МПа), суммарного объемного расхода из пласта Q (м³/с) и объемного обмена флюидом между пластами Q_{23} (м³/с) во времени (с)

Для модели: $K_1 = K_3 = 10^{-14}$ м²; $K_2 = 10^{-12}$ м²; $R_2 = 0,1$ м; $m_i = 0$ ($i = 1, 2 \dots 6$); $\eta = 0,4$; $d_{шт} = 10$ мм; $P_2 = 2,0$ МПа; 1, 4 — P_3 для неоднородного и однородного пластов; 2, 3 — Q для неоднородного и однородного пластов; 5 — Q_{23} для неоднородного пласта

Рис. 3. Зависимость суммарного дебита системы Q (м³/с) от величины давления на входе штуцера P_2 (МПа) для двух значений газосодержания и штуцера, $d_{шт} = 10$ мм

где K_i — проницаемость, Φ_i — пористость, C_i — упругость пласта; μ — динамическая вязкость жидкости.

Коллекторские свойства пластов могут зависеть от величины давления в них. Так, в [3] эта зависимость дается в виде $K_i = K_{i0}(P_i/P_{пл})^{m_i}$. Причем для трещинных коллекторов m достигает $|m_i| = (2-5)$ и может быть определена экспериментально.

Сформулируем граничные и начальные условия для системы. На внешней границе пластов задается условие: $P(r = R_{пл}, t) = P_{пл}$; на верхней и нижней границе области задается условие непротекания:

$$\frac{\partial P}{\partial z}(r, z = 0, t) = \frac{\partial P}{\partial z}(r, z = H, t) = 0. \quad (2)$$

Здесь $H = H_1 + H_2 + H_3$.

На всех горизонтальных и вертикальных границах пластов предполагается непрерывность давления и потоков:

$$P_+(r, z, t) = P_-(r, z, t), \quad (3)$$

$$Q_+(r, z, t) = Q_-(r, z, t),$$

на границе пласта и скважины (при $r = R_c$) должны выполняться аналогичные условия, получаемые при согласовании задачи фильтрации с задачей о течении потока в скважине и штуцере.

В качестве начальных условий при пуске скважины принимались условия постоянства давления в пласте:

$$P(r, z, 0) = P_{пл}. \quad (4)$$

В случаях остановки скважины в качестве начальных условий принималось распределение давления, получаемое в системе по истечении времени T : $P(r, z, t = 0) = P(r, z, T)$.

Как отмечалось, в исследуемую систему входит колонна вертикальных труб диаметром $2R_c$, длиной L , в которой движется газожидкостной поток с высоким газосодержанием. Учитывая, что динамические процессы в трубах протекают значительно быстрее, чем в пластах, в качестве уравнения, описывающего течение двухфазной смеси в трубе, принималось одномерное уравнение, описывающее движение газожидкостного потока [4]:

$$\partial P / \partial z = g(\varphi \rho_r + (1 - \varphi) \rho_{ж}) + \lambda / 4 \cdot R_c (\rho_r \varphi v_r^2 + (1 - \varphi) \rho_{ж} v_{ж}^2). \quad (5)$$

Это уравнение дополнялось уравнениями неразрывности газа и жидкости:

$$\varphi A \rho_r g v_r = Q_r \rho_r g = G_r, \quad (6)$$

$$(1 - \varphi) A \rho_{ж} g v_{ж} = Q_{ж} \rho_{ж} g = G_{ж},$$

и уравнениями состояния газа и жидкости в виде:

$$\rho_r = \rho_0 P(z) / P_0; \quad \rho_{ж} = \text{const}, \quad (7)$$

где φ_0 — объемное газосодержание; ρ_r, v_r — плотность и скорость газа; $\rho_{ж}, v_{ж}$ — плотность и скорость жидкости; Q_r, G_r — объемный и массовый расход газа; $Q_{ж}, G_{ж}$ — объемный и массовый расход жидкости; A — площадь сечения трубы. Здесь λ — коэффициент гидравлического сопротивления, который зависит от числа $Re = 2R_c v_r \rho_r / \mu$ [4]. В случае гомогенного течения ($v_r = v_{ж}$) $\varphi = Q_r / (Q_r + Q_{ж})$ и система уравнений (5) — (7) сводится к уравнению:

$$\partial P / \partial z = C_1 / (C_2 + C_3 P) \cdot 1 / P [C_4 P^2 + C_5 P + C_6], \quad (8)$$

где $C_1 = \rho_0 \rho_{ж} g (G_r + G_{ж})$, $C_2 = \rho_0 \rho_{ж} G_r$, $C_3 = \rho_0 G_{ж}$, $C_4 = 1 + \lambda G_{ж}^2 / 4 R_{0g} A^2 \rho_{ж}^2$, $C_5 = \lambda P_0 G_r G_{ж} / 2 R_{0g} A^2 g \rho_0 \rho_{ж}$, $C_6 = \lambda \rho_0^2 G_r^2 / 4 R_{0g} A^2 \rho_0^2$.

В нижнем сечении трубы должны выполняться условия согласования с пластом по давлению и расходу. В верхнем сечении — такое же согласование с двухфазным штуцером. Практически для решения уравнения (8) есть необходимость задать на одном из концов трубы значения G_r и $G_{ж}$ (или $G_{ж}$ и $\eta = G_r / G_{ж}$). Поскольку решать уравнение (8) предполагается численным способом, в дальнейшем при усовершенствовании модели можно, не изменяя общности в постановке задачи, учесть негомогенность течения, неньютоновские свойства жидкости, растворимость и неидеальность газа и т. п.

При гидродинамических испытаниях и разработке месторождений на выходе из скважины газожидкостный поток обычно проходит через штуцер сечения $d_{шт}$. При приходе флюида давление на нем падает от P_1 до P_2 .

При расчетно-теоретических исследованиях двухфазность потока, проходящего через штуцер, обычно не учитывается, хотя в практике величина газосодержания пластового флюида бывает очень высокой (обычно на 1 м³ нефти приходится от 50 до 300 м³ газа при атмосферных условиях). Причем от газосодержания потока заметно зависят не только регулировочные характеристики ($P_1 - P_2 = f(d_{шт})$), но при течении двухфазной смеси через штуцер появляется такое новое явление как запираание потока (с ним связано критическое число $\chi_{кр} = P_2 / P_1$), когда достигается максимальная пропускная способность штуцера.

В качестве уравнений, описывающих процессы, протекающие в двухфазном штуцере, взяты соотношения из [6], которые получены в ряде упрощающих предположений для гомогенного течения газо-жидкостной смеси через диафрагму.

$$d_{шт}^2 = \frac{4(G_r + G_{ж})}{\pi [M(\chi^{2/b} - \chi^{(b+1)/b}) + K(\chi^{2/b} - \chi^{(b+2)/b})]^{1/2}}, \quad (9)$$

$$\text{где } \chi = P_2/P_1; \quad b = \frac{\eta C_p + C_{ж}}{\eta C_v + C_{ж}}; \quad \eta = G_r/G_{ж};$$

$$M = C^2 \frac{2b}{b} - \frac{(1+\eta)}{\eta} \rho_2 \frac{P_1^2}{P_2^2}; \quad K = \frac{2C^2 \rho_2 P_1^2}{\rho_{ж} P_2^2} \cdot \frac{1+\eta}{\eta^2},$$

где C_v , C_p — удельные теплоемкости газа; $C_{ж}$ — удельная теплоемкость жидкости.

Для расчета распределения давления во всей модели задается давление за штуцером (P_2), которое обычно принимается равным $(5-30) \cdot 10^5$ Па. Задаются также состав газа, физические свойства газа и жидкости, величины расходов G_r , $G_{ж}$, а также диаметр штуцера. Калибровочный коэффициент C , входящий в соотношение (9), позволяет приблизить теоретическую регулировочную характеристику к реальной. Как показал опыт, C изменяется в диапазоне от 1 до 1,2. Зная все указанные параметры, можно, решая уравнение (9), рассчитать значение давления P_1 , а затем распределение давления в скважине и пласте.

Расчет штуцера для реальных газожидкостных смесей показал, что $\kappa_{кр} = 0,6$, т. е. если предположить, что $P_2 = \text{const}$, то с уменьшением P_1 от $P_{пл}$ до P_2 поток флюида Q сначала увеличивается до $Q_{\max}$, а затем (после достижения $\kappa_{кр}$) уменьшается, т. е. существует оптимальный режим работы двухфазного штуцера. Когда рассматривается однофазный штуцер, этого явления не наблюдается: с уменьшением P_1 расход через штуцер все время уменьшается. Таким образом, построена математическая модель системы скважина—штуцер—пласт в виде системы уравнений с соответствующими краевыми и начальными условиями (1) — (9).

Численный алгоритм поставленной задачи представляет систему итераций трех подалгоритмов. Решение отдельных частей модели — фильтрации в пачке пластов, течения двухфазной гомогенной жидкости в трубах и штуцере — позволяет, задавшись определенной точностью и зная все параметры модели, определить распределения давления и расходов во всей системе в данный момент времени. Найдя решение системы в момент времени t , переходим к поиску решения на следующем шаге $t + \tau$ и так пока не будет пройден весь интересующий нас временной интервал.

В качестве численного алгоритма решения двумерной задачи нестационарной фильтрации использована одна из модификаций метода конечных разностей, а именно — локально-одномерная схема счета [5]. Выбранная на области сетка имела постоянный шаг по оси z (h_z) и переменный по радиусу ($h_{r1} = h_{r0} q^{1-1}$). Течение в трубе рассчитывалось методом Рунге—Кутты, а в штуцере — методом половинного деления, позволяющим решать нелинейные уравнения вида (9). Задача решалась на ЭВМ ЕС-1065, время решения зависело от параметров модели и задаваемой точности. В среднем 1 ч счета ЭВМ соответствовал 10 ч реального времени процесса.

На построенной математической модели проведены многочисленные расчеты, некоторые результаты которых приведены на рис. 2, 3, 4.

Параметры модели в данном случае принимались следующие: $H_1 = 4$ м; $H_2 = 1$ м; $H_3 = 5$ м; $R_c = 0,1$ м; $R_{пл} = (36-72)$ м; $R_2 = (0,1-30)$ м; $K_1 = K_3 = (5 \cdot 10^{-15} - 10^{-13})$ м²; $K_2 = (0,1-2) \cdot 10^{-12}$ м²;

$L = 2900$ м; $R_0 = 0,0225$ м; $\rho_{ж} = 735$ кг/м³; $\rho_0 = (0,7-1,1)$ кг/м³; $\eta = (0,2-0,4)$; $d_{шт} = (0,006-0,015)$ м; $\mu = (1-10) \cdot 10^{-3}$ Па; $P_{пл} = 23$ МПа; $C_p = 2250$ Дж/кг·г; $C_v = 1685$ Дж/кг·г; $C_{ж} = 1890$ Дж/кг·г; $P_2 = (1-40) \cdot 10^5$ Па.

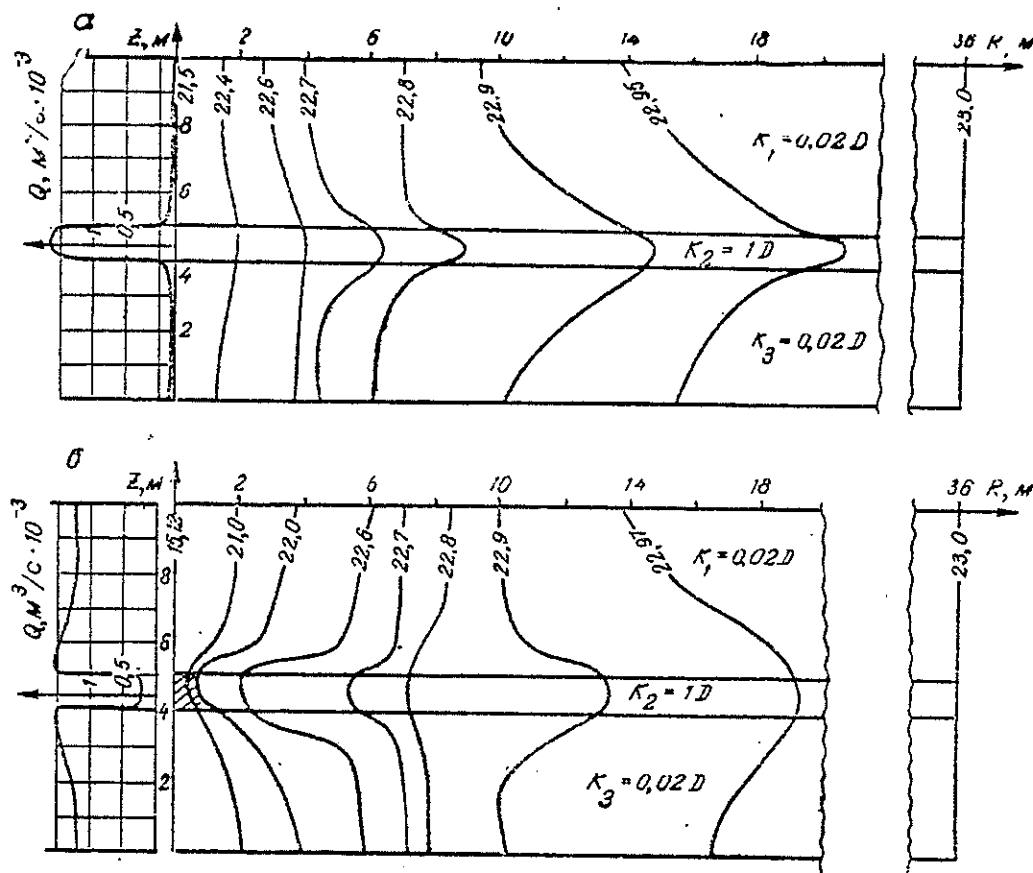


Рис. 4. Расположение изобар в пакке пластов и распределение расхода Q (м³/с) вдоль оси скважины для модели

$K_1 = K_3 = 2 \cdot 10^{-14}$ м²; $K_2 = 10^{-12}$ м²; $m_1 = 0$ ($i = 1, \dots, 6$); $\eta = 0,4$; $d_{шт} = 8$ мм; $P_2 = 2,0$ МПа; $a - R_2 = 0,1$ м; $t = 600$ с; $b - R_2 = 0,5$ м; $t = 600$ с; $K_3 = 5 \cdot 10^{-15}$ м²

Выводы

1. Из решения задачи при условии $d_{шт} = \text{const}$ для всей системы следует (рис. 2), что забойное давление $P_3(t)$ и суммарный объемный расход $Q(t)$ изменяются одновременно, поэтому использование для интерпретации гидродинамических испытаний аналитических выражений, полученных в предположении $Q(t) = \text{const}$, вносит ошибку в результаты.

2. Предположение о радиальности потока в моделях Баренблатта и Уоррена—Рута, а также независимость обмена флюида между пластами от времени также может вносить ошибку при интерпретации.

3. Изменение величин $P_3(t)$, $Q(t)$ в случае однородного пласта происходит при значительно меньших временах (рис. 2), чем для неоднородности пласта, и носит более простой вид. Вместе с тем на кривой $P_3(t)$, полученной для слоисто-неоднородного (или трещинно-пористого пласта), имеются (рис. 2) три характерных участка: первый участок, когда в основном работает высокопроницаемый пропласток (или трещина); второй, когда этот пропласток (или трещины) начинает подпитываться за счет окружающих менее проницаемых пористых пластов, и третий, когда вся система переходит на квазистационарный режим, и пласт работает как некий эквивалентный однородный. Все эти изме-

нения в поведении $P_3(t)$ и $Q(t)$ происходят в первые несколько десятков или сотен секунд после пуска или остановки скважин и абсолютные величины изменений давления отвечают нескольким атмосферам и зависят от контраста коллекторских свойств пластов (или пластов и трещин), что накладывает определенные требования на точность измерительной аппаратуры при гидродинамических испытаниях.

4. Давление на выходе штуцера (P_2) влияет на режим работы всей системы, что связано с сильной зависимостью величины объемного газосодержания (при постоянном массовом газосодержании $\eta = \text{const}$) от распределения давления в трубах и штуцере, а также с зависимостью пропускной способности штуцера от соотношения P_2/P_1 . Как следует из рис. 3, существует режим работы всей системы, т. е. такое значение P_2 , когда достигается максимальный отбор флюида из пласта. Это явление напоминает уменьшение отбора флюида при рассмотрении двухфазной фильтрации из порового пласта при снижении в нем давления, что приводит к разгазированию нефти и уменьшению фазовой проницаемости пласта для жидкости. Вывод о существовании такого режима пока гипотетичен, так как основан на расчетной модели и не подтвержден экспериментом.

5. Линии изобар (рис. 4), которые получаются из решения задачи для модели при наличии в пачке пластов пропластка с высокой проницаемостью (или раскрытой горизонтальной трещины), вытянуты вдоль этого пропластка (рис. 4, а). С увеличением времени кривизна изобар уменьшается, и они становятся почти прямыми линиями. Физически это объясняется разным временем установления воронки депрессии в пластах с различной проницаемостью (пьезопроводимостью). Сначала воронка депрессии быстро распространяется в пропластке с высокой проницаемостью, а флюид поступает в скважину в основном из указанного пропластка. При этом появляются вертикальные градиенты давления, которые приводят к перетоку флюида из поровых пластов с более низкой проницаемостью в этот пропласток (трещину). Далее воронка депрессии постепенно начинает продвигаться от скважины. Давление в вертикальном направлении выравнивается, и перетоки между пластами уменьшаются (кривая 5, рис. 2).

6. Если модель пласта содержит зону пониженной проницаемости, расположенную в высокопроницаемом пропластке ($R_2 \neq R_0$), характер изобар в пачке пластов изменяется (рис. 4, б). Последнее связано с тем, что флюид не может поступать в скважину непосредственно из высокопроницаемого пропластка (трещины) и вытекает в окружающие низкопроницаемые пористые пласты. Значение депрессии ($\Delta P = P_{\text{пл}} - P_3$) заметно возрастает, по сравнению со случаем, изображенным на рис. 4, а. Это объясняется ослаблением эффекта шунтирования трещиной низкопроницаемых пластов и приводит к увеличению отбора в них флюида.

7. Слева от картин распределения давления в пачке пластов на рис. 4 приведены распределения расхода флюида вдоль стенки скважины $Q(z)$. В первом случае (рис. 4, а) большая часть суммарного расхода получается из высокопроницаемого пропластка, во втором (рис. 4, б), наоборот, из более мощных слабопроницаемых пористых пластов. Некоторое возрастание расхода вблизи границ пропластка объясняется эффектом, связанным с обтеканием флюида слабопроницаемой зоны в пропластке. Суммарный расход во втором случае уменьшается, но не на много, так как при этом возрастает величина депрессии и более мощные слабопроницаемые пласты начинают давать больший расход.

8. Сравнивая характеры распределения дебита в обоих случаях вдоль оси скважины $Q(z)$, которые приведены на рис. 4 слева, можно сделать вывод, что они принципиально отличны. В первом случае,

проницаемых пропластков, поступает, в основном обтекая закольматированную зону. Во втором случае ($R_2 = R_c$) почти весь дебит получается из высокопроницаемого пропластка (рис. 4, а).

9. Наличие сложнопостроенного коллектора, содержащего пласты с резко отличными коллекторскими свойствами, приводит к сложной картине распределения давления в системе, которая меняется во времени. Как следует из рис. 4, б. при наличии относительно небольшой зоны $R_2 = 0,5$ м, изобары в прискважинной зоне изогнуты в одну сторону, а в более удаленной зоне (> 10 м) — в другую. Физически это объясняется тем, что в дальней зоне идет подпитка пропластка (трещины) из блоков, а в ближней зоне флюид, обтекая зону кольматации, вытекает из пропластка. С увеличением времени изобары в ближней зоне еще больше изгибаются, а в дальней — выпрямляются, т. е. там двухмерность течения ослабевает.

Полученная математическая модель системы может помочь понять физический смысл процессов, протекающих в ней, способствовать созданию методов интерпретации гидродинамических испытаний, а также увеличению нефтеотдачи при разработке месторождений, которые содержат коллекторы сложного строения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. М.: Недра, 1979.
2. Гольф-Рахт Т. Д. Основы нефтепромысловой геологии и разведки трещиноватых коллекторов. М.: Недра, 1986.
3. Коротаев Ю. П. и др. Фильтрация газа в трещиноватых коллекторах. М.: Недра, 1979.
4. Маковой Н. Гидравлика в бурении. М.: Недра, 1986.
5. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1971.

ЦНИГРИ

УДК 553.3 : 622.3

А. А. МЕЦГЕР

МЕТОДИКА РАЦИОНАЛЬНОГО ОБОСНОВАНИЯ НОРМАТИВОВ КАЧЕСТВА БУРЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ЭВМ

На основе анализа искажающего влияния показателей качества бурения (выход керна, отклонение трасс скважин от проекта и т. д.) на величины подсчетных параметров запасов разработана методика рационального обоснования нормативов качества. Исходная неопределенность объекта разведки заменяется конечным множеством предельно конкретных вариантов его возможной реализации: $ОБ_1, \dots, ОБ_n$. Конкретная пара $ОБ_i$ и $МФ_j$ позволяет определить значение подсчетного параметра $ПП_{ij}$. Последовательный перебор всех возможных сочетаний $ОБ$ и $МФ$ позволяет найти величину предельных погрешностей завышения и занижения подсчетного параметра $\Delta ПП_{\max}$ при фиксированном значении показателя качества, при котором погрешность не превысит допустимое значение. Описан алгоритм рационального обоснования предельного отклонения трассы скважины от проекта.

